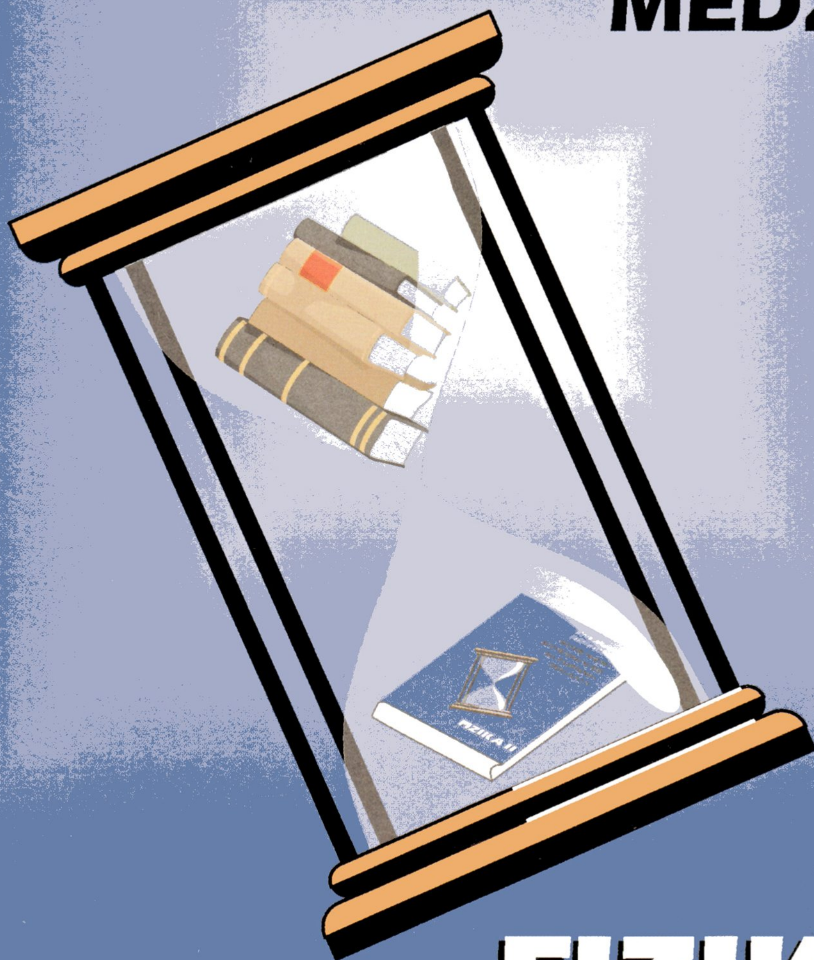
Birutė Jakavonienė
Kazimieras Lipskis

PASIRENGIMO BAIGIAMIESIEMS EGZAMINAMS MEDŽIAGA



FIZIKA II

Birutė Jakavonienė, Kazimieras Lipskis

PASIRENGIMO BAIGIAMIESIEMS EGZAMINAMS MEDŽIAGA

FIZIKA II

TEV

VILNIUS 2007

UDK 53(079)
Ja-161

Recenzavo doc. dr. *Romas Baubinas*

Redaktorė *Julija Rita Klimkienė*

Programinė įranga: *Rolandas Jakštys, Tadeuš Šeibak*

Kompiuterinė grafika: *Edita Tatarinavičiūtė*

Maketavo *Nijolė Pragarauskienė*

Konsultantas *Elmundas Žalys*

Leidyklos TEV interneto svetainė www.tev.lt

ISBN 978-9955-680-74-1

TURINYS
II dalis

PRATARMĖ

Pateikiame Jums „Pasirengimo baigiamiesiems egzaminams medžiagos“ FIZIKOS II dalį.

Šioje dviejų dalių mokomojoje priemonėje stengėmės padėti Jums išmokti spręsti fizikos uždavinius. Pirmojoje dalyje buvo aptariamos šios fizikos kurso dalys: kinematika, dinamika, tvermės dėsniai, molekulinė fizika, termodinamika, elektrostatika, nuolatinė elektros srovė, pateikti testai. Antrojoje dalyje – magnetinis laukas, elektromagnetinė indukcija, mechaniniai svyravimai ir bangos, elektromagnetiniai virpesiai ir bangos, geometrinė, banginė ir kvantinė optika, atomo ir atomo branduolio fizika, astronomijos elementai, kompleksiniai uždaviniai. Kiekvieną kompleksinį uždavinį sudaro 4–5 užduotys. Po kiekviena užduotimi palikta tuščios vietos, kurioje galėsite atlikti užduotį.

Kiekvieno skyriaus pradžioje aptariama teorinė medžiaga, pateikiami metodiniai nurodymai, maždaug trečdalis uždavinių išspręsti, kitus uždavinius turite išspręsti patys. Uždavinių atsakymuose pateikiamos ne tik skaitinės vertės, bet ir galutinės formulės, brėžiniai.

Knygelė bus naudinga vyresniųjų klasių mokiniams, abiturientams, besirengiantiems fizikos brandos egzaminui, mokytojams, visiems norintiems išmokti spręsti fizikos uždavinius.

Iš anksto atsiprašome už netikslumus.

Linkime sėkmės!

Autoriai

IV. ELEKTROMAGNETIZMAS

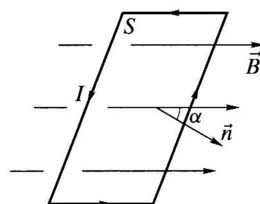
7. Magnetinis laukas

Magnetinė indukcija. Apie laidininkus, kuriais teka elektros srovė, susidaro magnetinis laukas. Magnetinis laukas apibūdinamas vektoriniu dydžiu, vadinamu magnetine indukcija $\vec{B}$. Jos skaitinei vertei nustatyti remiamasi tuo, kad magnetinis laukas suka jame esantį rėmelį, kuriuo teka srovė. Jėgos momentas M, kuriuo magnetinis laukas suka rėmelį, yra toks:

$$M = BIS\sin\alpha; \tag{7.1}$$

čia I – rėmeliu tekančios srovės stipris; S – rėmelio plotas; α – kampas tarp magnetinio lauko krypties ir statmens rėmelio plokštumai. Srovės tekėjimo kryptis ir statmens kryptis gali būti nustatyta pagal *dešiniojo sraigto taisyklę* (7.1 pav.).

Magnetinė indukcija B apibrėžiama kaip rėmelį veikiančio maksimalaus jėgos momento M_m santykis su rėmeliu tekančios srovės stiprio I ir jo ploto S sandauga:



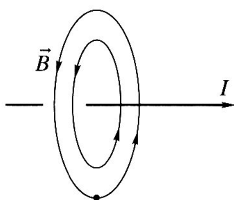
7.1 pav.

$$B = M_\mathrm{m}/IS. \tag{7.2}$$

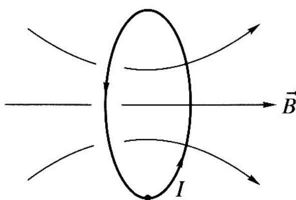
SI magnetinės indukcijos vienetas yra *tesla* (T). Viena tesla – tai indukcija tokio magnetinio lauko, kuris tame lauke esantį 1 m^2 rėmelį, tekant juo 1 A stiprio srovei, veikia maksimaliu 1 N·m jėgos momentu. Tai labai stambus vienetas, pvz., Žemės magnetinio lauko indukcija yra apie 0,5 μT.

Tiesaus laido kuriamas magnetinis laukas koncentriniais sūkuriais gaubia laidą (7.2 pav.). Tų sūkurių kryptį galima nustatyti naudojantis *dešinės rankos taisykle*: jei dešinės rankos nykštį nukreiptume srovės tekėjimo kryptimi, tai kiti sugniaužti pirštai rodytų magnetinio lauko sūkurių kryptį. Srovės tekėjimo ir sūkurių kryptims nustatyti galima naudotis ir dešiniojo sraigto taisykle.

Ta pati taisyklė tinka ir apskritiminės srovės tekėjimo krypčiai bei jos kuriamo magnetinio lauko krypčiai nustatyti (7.3 pav.). Apskritimo centre magnetinis laukas nukreiptas apskritimo ašies kryptimi.



7.2 pav.



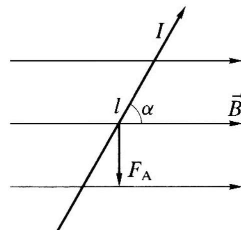
7.3 pav.

Ampero jėga. Laidininko, kuriuo teka I stiprio srovė, tiesią atkarpą l indukcijos B vienalytis magnetinis laukas veikia jėga, kuri vadinama Ampero jėga F_A:

$$F_A = IBl \sin\alpha; \qquad (7.3)$$

čia α – kampas tarp magnetinio lauko ir srovės tekėjimo krypčių.

Ampero jėgos kryptis nustatoma pagal *kairės rankos taisyklę*: kai keturi ištiesti kairės rankos pirštai atitinka srovės srovės tekėjimo kryptį, o magnetinė indukcija nukreipta į delną, tai 90° kampu atlenktas nykštys rodo Ampero jėgos kryptį (7.4 pav.).



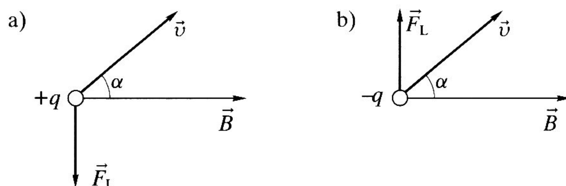
7.4 pav.

Lorenco jėga. Ampero jėga yra suminė jėga, veikianti laidu judančias elektringas daleles. Atskirą krūvio q dalelę, judančią vienalyčiame magnetiniame lauke greičiu v, veikia jėga, vadinama Lorenco jėga F_L:

$$F_L = qvB \sin\alpha; \qquad (7.4)$$

čia α – kampas, šiuo atveju tarp magnetinio lauko ir dalelės greičio krypčių.

Kairės rankos taisyklė teisingai nusako tik teigiamą elektros krūvį turinčią dalelę veikiančios Lorenco jėgos kryptį (7.5 pav., a), Jei dalelės krūvis neigiamas, Lorenco jėgos kryptis yra priešinga (7.5 pav., b).



7.5 pav.

Statmena greičiui Lorenco jėga atlieka įcentrinės jėgos vaidmenį. Tad ji nekeičia dalelės greičio modulio v (tuo pačiu ir jos energijos), o priverčia ją suktis lauke apskritimu, kurio spindulys r. Tuo atveju, kai dalelės greitis statmenas magnetinio lauko krypčiai, apskritimo spindulį galime rasti prilyginę Lorenco jėgą $F_L = qvB$ įcentrinei jėgai $F_{įc} = mv^2/r$. Taigi

$$r = mv/qB; \qquad (7.5)$$

čia m – dalelės masė.

Metodiniai nurodymai

1. Nubraižykite uždavinyje pateiktos situacijos schemą, pavaizduokite joje, kiek įmanoma, uždavinio sąlygoje nurodytus vektorinius dydžius (jėgą, magnetinio lauko indukciją, srovės tekėjimo kryptį). Nepamirškite, kad skaičiavimai atliekami tik su skaliariniais dydžiais.
2. Apgalvokite rėmelio padėtį magnetinio lauko atžvilgiu. Pvz., jei uždavinio sąlygoje nurodyta, kad rėmelio plokštuma statmena magnetinio lauko krypčiai, tai reiškia, kad kampas tarp magnetinio lauko krypties ir statmens rėmelio plokštumai $\alpha = 0$.
3. Ampero ar Lorenco jėgų kryptims nustatyti išmokite taikyti kairiosios rankos taisyklę. Ieškodami Lorenco jėgos krypties neužmirškite, kad šios jėgos kryptis priklauso nuo judančio krūvio ženklo. Pvz., jei uždavinio sąlygoje kalbama apie elektroną, reikia prisiminti, kad jo krūvis yra neigiamas. Šiuo atveju mechaniškai taikyti kairiosios rankos taisyklės negalima, nes nustatyta jėgos kryptis bus priešinga tikrajai.
4. Nustatę skaitinę reikšmę, įvertinkite jos realumą. Jei gavote, kad vijų skaičius rėmelyje yra mažesnis už vienetą arba kad elektringos dalelės greitis yra didesnis už šviesos greitį, derėtų pripažinti, kad kažkur yra įsivėlusi klaida.

UŽDAVINIŲ SPRENDIMO PAVYZDŽIAI IR UŽDUOTYS

7.1. Magnetinė indukcija

7.1.1 pavyzdys. Rėmelis, kurio plotas 20 cm^2, yra vienalyčiame magnetiname lauke, kurio indukcija 0,010 T, ir jį veikia 10 μN·m jėgos momentas. Jis prijungtas prie srovės šaltinio, kurio elektrovara 3,0 V, o vidinė varža 0,50 Ω. Kokia rėmelio varža? Kampas tarp magnetinio lauko krypties ir statmens į rėmelio plokštumą 30°.

Duota: rėmelio plotas S = 20 cm^2 = 2,0·10^{-3} m^2; magnetinė indukcija B = 0,010 T; maksimalus rėmelį veikiantis jėgos momentas M_{m} = 10 μN·m = 1,0·10^{-5} N·m; srovės šaltinio elektrovara ε = 3,0 V ir vidinė varža r = 0,50 Ω; kampas tarp magnetinio lauko krypties ir statmens rėmelio plokštumai $\alpha = 30°$.

Rasti: rėmelio varžą R.

Sprendimas

Rėmeliu tekančios srovės stiprį rasime iš sąryšio (7.1). Po to, pritaikę Omo dėsnį uždarai grandinei (6.12), apskaičiuosime rėmelio varžą:

$M = BIS\sin\alpha$; $I = M/BS\sin\alpha$; $I = \varepsilon/(r+R)$; $R = (\varepsilon/I) - r = (\varepsilon BS\sin\alpha/M) - r =$ 2,5 Ω.

Ats. 2,5 Ω.

7.1.2 pavyzdys. Prie 6,0 V įtampos šaltinio prijungtas elektros varikliukas turi pastovų magnetą, tarp kurio polių yra vienalytis 0,20 T magnetinės indukcijos laukas. Varikliuko inkarą sudaro100 varinių kvadratinės formos vijų, jo sukimosi ašis eina per priešingų kraštinių vidurį.

Vijos kraštinės ilgis 2,0 cm, laido skerspjūvio plotas $4{,}0 \cdot 10^{-3}$ mm^2. Kokį maksimalų jėgos momentą sukuria varikliukas?

Duota: varikliuko įtampa U = 6,0 V; magnetinė indukcija B = 0,20 T; varikliuko inkaro vijų skaičius N = 100; vijos kraštinė a = 2,0 cm = 0,020 m; laido skerspjūvio plotas S_0 = $4{,}0 \cdot 10^{-3}$ mm^2 = $4{,}0 \cdot 10^{-9}$ m^2; vario savitoji varža ρ = $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ωm.

Rasti: maksimalų jėgos momentą M_m.

Sprendimas

Pasinaudosime magnetinės indukcijos apibrėžimu (7.1), atsižvelgdami į tai, kad rėmelyje yra N vijų:

$M_m = IBSN = IBa^2N.$

Srovės stiprį I rasime remdamiesi Omo dėsniu grandinės daliai (6.2) ir varžos formule (6.3):

$I = U/R;\ \ R = \rho l/S;\ \ l = 4aN;\ \ I = US_0/\rho 4aN.$

Taigi

$M_m = US_0Ba^2N/\rho 4aN = US_0Ba/4\rho = 1{,}4 \cdot 10^{-3}$ N·m = 1,4 mN·m.

Darome išvadą, kad M_m nepriklauso nuo vijų skaičiaus inkaro apvijoje.

Ats. 1,4 mN·m.

7.2. Ampero ir Lorenco jėgos

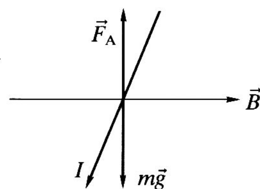
7.2.1 pavyzdys. 2,0 kg masės tiesiu laidininku teka 4,0 A stiprio srovė. Patekęs į vienalytį gulsčią 2,0 T indukcijos magnetinį lauką, jis nejudėdamas kybo ore. Apskaičiuokime laidininko dalies, esančios magnetiniame lauke, ilgį.

Duota: laidininko masė m = 2,0 kg; laidininku tekančios srovės stipris I = 4,0 A; magnetinė indukcija B = 2,0 T; laisvojo kritimo pagreitis g = 10 m/s^2.

Rasti: laidininko ilgį l.

Sprendimas

Tai, kad laidininkas kybo ore, reiškia, jog Ampero jėga nukreipta aukštyn. Magnetinis laukas veikia gulsčiai. Pagal kairiosios rankos taisyklę laidininkas turi būti gulsčias ir statmenas magnetinio lauko krypčiai. Be to, Ampero jėga atsveria sunkio jėgą mg.



Ši situacija parodyta schemoje.

Pasinaudosime Ampero jėgos išraiška (7.3):

$F_A = IBl \sin 90^\circ = IBl;\ \ F_A = mg;\ \ IBl = mg;\ \ l = mg/IB = 2{,}5$ m.

Ats. 2,5 m.

7.2.2 pavyzdys. 5,0 mT indukcijos magnetinis laukas veikia varinį laidininką 0,20 N jėga. Kampas tarp magnetinio lauko krypties ir srovės tekėjimo krypties 45°. Laidininko galų įtampa 3,0 V. Apskaičiuokime jo skerspjūvio plotą.

Duota: magnetinė indukcija B = 5,0 mT = $5{,}0 \cdot 10^{-3}$ T; Ampero jėga F_A = 0,20 N; kampas tarp magnetinio lauko ir srovės krypčių α = 45°; įtampa laidininko galuose U = 3,0 V; vario savitoji varža ρ= $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ωm.

Rasti: laidininko skerspjūvio plotą S.

Sprendimas

Iš Omo dėsnio grandinės daliai (6.2) ir varžos formulės (6.3) randame: $I = U/R$; $R = \rho l/S$; $S = \rho l/R = \rho l I/U$.

Srovės stiprį I išreiškiame iš Ampero jėgos (7.3): $F_A = IBl \sin\alpha$; $I = F_A/Bl \sin\alpha$. Tad

$S = \rho l F_A/UBl \sin\alpha = \rho F_A/UB \sin\alpha = 3{,}2 \cdot 10^{-7}$ m^2 = 0,32 mm^2.

Ats. 0,32 mm^2.

7.2.3 pavyzdys. Kokia greitinančio elektrinio lauko įtampa, jei pralėkęs tą lauką ir patekęs į vienalytį magnetinį lauką elektronas yra veikiamas $8{,}0 \cdot 10^{-16}$ N jėgos? Magnetinio lauko indukcija lygi 50 μT ir yra statmena elektrono greičiui.

Duota: elektroną veikianti Lorenco jėga $F_L = 8{,}0 \cdot 10^{-16}$ N; magnetinė indukcija $B = 50$ μT $= 5{,}0 \cdot 10^{-5}$ T; kampas tarp magnetinio lauko ir elektrono greičio krypčių $\alpha = 90°$; elektrono masė $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; elektrono krūvis (absoliutiniu dydžiu) $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Rasti: elektrinio lauko įtampą U.

Sprendimas

Elektrinio lauko įtampą rasime taip: lauko darbą A prilyginsime elektrono įgytai kinetinei energijai W_K: $A = W_K$; $eU = m_e v^2/2$; $U = m_e v^2/2e$.

Elektrono greitį rasime iš Lorenco jėgos išraiškos (7.4): $F_L = evB \sin 90° = evB$; $v = F_L/eB$.

Gauname:

$U = m_e F_L^2/2e^3 B^2 = 2{,}8 \cdot 10^4$ V = 28 kV.

Ats. 28 kV.

7.2.4 pavyzdys. Vieną kartą jonizuotų silicio atomų pluoštelis įlekia į vienalytį 0,18 T indukcijos magnetinį lauką ir juda jame 21 cm spindulio lanku. Apskaičiuokime jonų kinetinę energiją.

Duota: magnetinė indukcija $B = 0{,}18$ T; jono brėžiamo lanko spindulys $r = 21$ cm $= 0{,}21$ m; jono krūvis $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; silicio molio masė $M = 28 \cdot 10^{-3}$ kg/mol; Avogadro skaičius $N_A = 6{,}0 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

Rasti: silicio jonų kinetinę energiją W_K.

Sprendimas

Jono kinetinė energija $W_K = m_0 v^2/2$.

Iš molekulinės kinetinės teorijos lygties (4.1) jono masė $m_0 = M/N_A$.

Jono greitį rasime iš formulės, nusakančios elektringosios dalelės magnetiniame lauke brėžiamo apskritimo spindulį (7.5), kuri mūsų atveju įgyja formą: $r = m_0 v/eB$; $v = eBr/m_0 = eBrN_A/M$.

Tad jono kinetinė energija

$W_K = Me^2B^2r^2N_A^2/2N_AM^2 = e^2B^2r^2N_A/2M = 3{,}9 \cdot 10^{-16}$ J $= 2{,}4 \cdot 10^3$ eV = 2,4 keV.

Ats. $3{,}9 \cdot 10^{-16}$ J = 2,4 keV.

7.3. Užduotys

7.3.1. Vienalyčiame magnetiniame lauke yra 20 cm spindulio ritė iš 75 vijų. Tekant rite 8,0 A stiprio srovei, ją veikia maksimalus jėgos momentas 0,15 N·m. Apskaičiuokite magnetinio lauko indukciją.

7.3.2. Kvadratinis rėmelis, kurio kraštinė 10 cm, padarytas iš nichrominės vielos, kurios skerspjūvio plotas 1,0 mm^2. Rėmelis prijungtas prie 4,5 V įtampos šaltinio ir įneštas į vienalytį magnetinį lauką, kurio indukcija 0,40 T. Kokia srovė teka rėmeliu ir koks maksimalus jėgos momentas veikia rėmelį? Nichromo savitoji varža yra $1{,}1 \cdot 10^{-6}$ Ωm.

7.3.3. 100 vijų ritė, kurios skerspjūvio plotas 20 cm^2, 50 mT indukcijos vienalyčiame magnetiniame lauke yra veikiama 0,10 Nm jėgos momento. Ritės vijos yra statmenos magnetinio lauko linijoms, ji prijungta prie 120 V įtampos šaltinio. Kokia ritės varža ir kokią galią ji naudoja?

7.3.4. Tiesus 5,0 g masės ir 20 cm ilgio laidininkas gulsčioje padėtyje pakabintas ant dviejų siūlų, kurių masės galima nepaisyti. Laidininkas yra vienalyčiame gulsčiai nukreiptame 30 mT indukcijos magnetiniame lauke, statmename laidininkui. Kiekvienas siūlas nutrūksta, kai jį paveikia 40 mN jėga. Kokio stiprio srovei tekant laidininku siūlai nutrūks? Kokia yra Ampero jėga tuo momentu, kai siūlas nutrūksta?

7.3.5. Aliumininis tiesus gulsčias laidas, kurio skerspjūvio plotas 2,0 mm^2 ir kuriuo teka 2,7 A stiprio srovė, patekęs į stačiai nukreiptą vienalytį magnetinį lauką, kybo ore. Raskite magnetinio lauko indukciją. Aliuminio tankis yra $2{,}7 \cdot 10^3$ kg/m^3.

7.3.6. Koks krūvis pratekės gulsčio laidininko skerspjūviu per 2,0 min., jei jis yra pusiausviras vienalyčiame 5,0 mT indukcijos magnetiniame lauke? Laidininko ilgis 1,0 m, masė 10 g. Kaip nukreiptas magnetinis laukas? Kam lygi laidininką veikianti Ampero jėga?

7.3.7. Apskaičiuokite jėgą, kuria 10 mT indukcijos magnetinis laukas veikia 0,10 m ilgio laidininką, prijungtą prie akumuliatoriaus, kurio elektrovara 12 V, o vidinė varža 0,04 Ω. Laidininko varža 0,20 Ω, jis yra statmenas magnetinės indukcijos linijoms. Kokia įtampa laidininko galuose?

7.3.8. Vienalyčiame 0,16 T indukcijos magnetiniame lauke esantis 0,50 m ilgio laidininkas pasislenka 1,2 m. Kampas tarp srovės ir magnetinio lauko krypčių 30°, srovės stipris 6,0 A. Apskaičiuokite Ampero jėgą ir darbą, kurį atlieka srovės šaltinis, pasislenkant laidininkui veikiančios jėgos kryptimi.

7.3.9. 12 mT indukcijos magnetinis laukas veikia laidininką, kurio ilgis 0,25 m, 0,15 N jėga. Laidininkas yra statmenas magnetiniam laukui, per 1,0 min. jame išsiskyrė 36 kJ šilumos. Raskite įtampą, susidariusią laidininko galuose, ir jo varžą.

7.3.10. Į vienalytį 90 mT indukcijos magnetinį lauką statmenai indukcijos linijoms $4{,}6 \cdot 10^7$ m/s greičiu įlekia elektronas. Apskaičiuokite, kokia jėga veikia elektroną magnetiniame lauke ir kokio spindulio trajektoriją jis brėžia. Koks elektrono sukimosi periodas?

7.3.11. Elektronas, įgreitintas elektrinio lauko, kurio įtampa 400 V, įlekia į vienalytį magnetinį lauką, kurio indukcija $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ T, statmenai jo linijoms. Kokia jėga paveiks elektroną? Kokio spindulio lanką jis brėš?

7.3.12. Protonas ir alfa dalelė (alfa dalelės krūvis 2 kartus, o masė 4 kartus didesni nei atitinkami protono dydžiai) vienodais greičiais įlekia į magnetinį lauką statmenai jo linijoms. Kiek kartų skiriasi dalelių sukimosi magnetiniame lauke spinduliai ir periodai?

7.3.13. Elektrono, įlėkusio į vienalytį magnetinį lauką statmenai jo indukcijos linijoms, sukimosi dažnis 250 MHz. Apskaičiuokite magnetinio lauko indukciją.

7.3.14. Vieną kartą jonizuoti argono jonai, pagreitinti 800 V įtampos, patenka į vienalytį 0,32 T indukcijos magnetinį lauką statmenai jo linijoms. Magnetiniame lauke jonai suskyla į du pluoštelius, skriejančius 7,63 cm ir 8,05 cm spindulių lankais. Apskaičiuokite argono izotopų mases, išreikšdami jas atominiais masės vienetais (1 a.m.v. = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg).

7.3.15. Alfa dalelė įlėkė į Vilsono kamerą ir sąveikaudama su aplinkos molekulėmis prarado pusę turėtos kinetinės energijos. Kiek kartų skiriasi dalelės trajektorijos kreivumo spinduliai kelio pradžioje ir pabaigoje, jei kameroje yra vienalytis magnetinis laukas, statmenas dalelės greičiui?

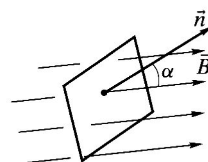
8. Elektromagnetinė indukcija

Elektromagnetinė indukcija. Situacijai, kai magnetinis laukas veria rėmelio ar vijos plokštumą, apibūdinti vartojama magnetinio srauto sąvoka. Jei plokščią rėmelį, kurio plotas S, veria vienalytis indukcijos B magnetinis laukas, tai magnetinis srautas randamas pagal formulę

$$\Phi = BS\cos\alpha; \tag{8.1}$$

čia α – kampas tarp magnetinio lauko krypties ir statmens rėmelio plokštumai (8.1 pav.)

SI magnetinio srauto vienetas yra *veberis* (Wb). Vienas veberis – tai toks magnetinis srautas, kurį sukuria vienalytis 1 T indukcijos magnetinis laukas, statmenai verdamas 1 m^2 rėmelį.



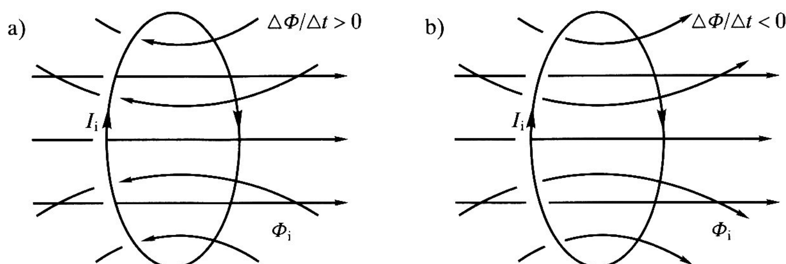
8.1 pav.

Visada, kai rėmelį veria kintantis magnetinis srautas, atsiranda indukcinės srovės, sukeliamos indukcinės elektrovaros, kurios dydį nusako elektromagnetinės indukcijos dėsnis:

$$\varepsilon_i = -\Delta\Phi/\Delta t; \tag{8.2}$$

čia $\Delta\Phi$ – magnetinio srauto pokytis per laikotarpį Δt. Minuso ženklas atspindi Lenco taisyklę, įgalinančią nustatyti indukcinių srovių kryptį.

Jei rėmelį veria stiprėjantis magnetinis srautas Φ ($\Delta\Phi/\Delta t > 0$), tai, pagal Lenco taisyklę, indukcinės srovės I_i kuriamas magnetinis srautas Φ_i bus priešingos krypties (8.2 pav., a). Ir priešingai, jei rėmelį ims verti silpnėjantis magnetinis srautas ($\Delta\Phi/\Delta t < 0$), tai, vėlgi pagal Lenco taisyklę, indukcinė srovė I_i pakeis savo kryptį į priešingą ir ims kurti magnetinį srautą Φ_i tos pačios krypties, kaip ir silpnėjantis srautas Φ (8.2 pav., b).



8.2 pav.

Saviindukcija. Kai indukcinės srovės atsiranda dėl to, kad kinta pačiu rėmeliu tekančios srovės stipris, tas reiškinys vadinamas saviindukcija. Saviindukcijos elektrovara randama pagal formulę

$$\varepsilon_s = -L\Delta I/\Delta t; \qquad (8.3)$$

čia ΔI – srovės stiprio pokytis per laikotarpį Δt; L – rėmelio (vijos, ritės) induktyvumas, apibūdinantis rėmelyje, kai juo teka elektros srovė, atsirandantį magnetinį srautą:

$$\Phi = LI. \qquad (8.4)$$

SI induktyvumo vienetas yra *henris* (H). Vienas henris – tai induktyvumas tokio rėmelio, kuriuo tekanti 1 A stiprio srovė sukuria vienalytį 1 Wb magnetinį srautą.

Ritėje sukaupto magnetinio lauko energiją W_L galima apskaičiuoti pagal formulę

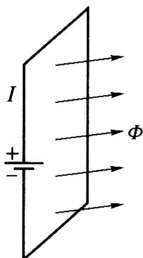
$$W_L = LI^2/2 = \Phi I/2. \qquad (8.5)$$

Metodiniai nurodymai

1. Pavaizduokite uždavinio sąlygoje pateiktos situacijos scemą; joje nurodykite uždavinio sąlygoje pateiktus vektorinius dydžius (magnetinio lauko indukciją, magnetinį srautą, srovės tekėjimo kryptį). Nepamirškite, kad skaičiavimai turi būti atliekami tik su skaliariniais dydžiais.

2. Kartais srovės tekėjimo kryptis neturi reikšmės, pvz., skaičiuojant pratekėjusį krūvį. Tokiais atvejais patartina (8.3) formulėje minuso ženklo nerašyti.

3. Teisingai nustatykite indukcinių srovių kryptį. Kai kada tai labai svarbu. Pvz., jei uždavinio sąlygoje nurodyta, kad į rėmelio grandinę yra įjungtas srovės šaltinis, tai srovės stiprį lems ir šaltinio elektrovara, ir rėmelyje indukuota indukcinė elektrovara. Tos elektrovaros gali ir sumuotis, ir mažinti viena kitą, nelygu kokia indukcinės elektrovaros ir jos kuriamų srovių kryptis. Tai galima nustatyti taikant Lenco taisyklę. Panagrinėkime 8.3 pav. pavaizduotą situaciją. Matome rėmelį, į kurį yra įjungtas srovės šaltinis. Rėmelį veria magnetinis srautas Φ. Jei šis srautas yra stiprėjantis, tai indukcinių srovių kryptis turi būti tokia, kad jų kuriamas srautas Φ_i būtų nukreiptas priešinga kryptimi. Kad taip būtų (8.2 pav., a), indukcinė srovė I_i turi tekėti ta pačia kryptimi, kaip ir šaltinio kuriama srovė I. Tad srovės sumuosis. Priešingai, jei srautas Φ yra silpnėjantis, tai indukcinių srovių kryptis turi būti tokia, kad jų kuriamas srautas Φ_i būtų nukreiptas ta pačia kryptimi (8.2 pav., b). Taip bus, jei indukcinė srovė tekės priešinga kryptimi nei šaltinio kuriama srovė. Tada sroves reikės atimti. Atstojamosios srovės kryptis sutaps su stipresnės srovės kryptimi.



8.3 pav.

UŽDAVINIŲ SPRENDIMO PAVYZDŽIAI IR UŽDUOTYS

8.1. Elektromagnetinė indukcija

8.1.1 pavyzdys. Apskrita 6,6 cm spindulio vija, padaryta iš nichrominės 0,50 mm^2 skerspjūvio ploto vielos, yra vienalyčiame magnetiniame lauke. Vijos plokštuma statmena magnetinio lauko krypčiai. Kokia srovė teka vija, magnetiniam laukui slopstant greičiu 0,010 T/s?

Duota: vijos spindulys r = 6,6 cm = 6,6·10^{-2} m; vielos skerspjūvio plotas S_0 = 0,50 mm^2 = 5,0·10^{-7} m^2; nichromo savitoji varža $\rho = 1{,}1 \cdot 10^{-6}$ Ω·m; kampas tarp magnetinio lauko krypties ir statmens vijos plokštumai $\alpha = 0°$; magnetinio lauko silpnėjimo greitis $\Delta B/\Delta t = -0{,}010$ T/s.

Rasti: indukcinės srovės stiprį vijoje I_i.

Sprendimas

Spręsdami uždavinį remsimės elektromagnetinės indukcijos dėsniu (8.2), taip pat magnetinio srauto apibrėžimu (8.1):

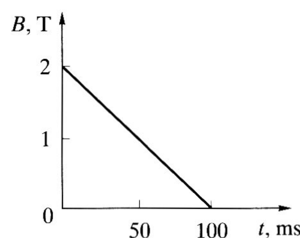
$\varepsilon_\mathrm{i} = -\Delta\Phi/\Delta t = -\Delta(BS\cos\alpha)/\Delta t = -(\Delta B/\Delta t)S\cos 0° = -(\Delta B/\Delta t)S = -(\Delta B/\Delta t)\pi r^2.$

Indukcinės srovės stiprį rasime naudodamiesi Omo dėsniu uždarai grandinei (6.12) $I_\mathrm{i} = \varepsilon_\mathrm{i}/R$. Čia R – vijos varža, kartu tai uždaros grandinės pilnutinė varža. Ją rasime iš varžos formulės (6.3): $R = \rho l/S_0 = 2\pi r\rho/S_0$. Taigi

$I_\mathrm{i} = -(\Delta B/\Delta t)S/R = -(\Delta B/\Delta t)rS_0/2\rho = 1{,}5\cdot10^{-4}$ A = 0,15 mA.

Ats. 0,15 mA.

8.1.2 pavyzdys. Kvadratinį nichrominės 16 cm ilgio vielos rėmelį statmenai veria magnetinis laukas, kurio indukcijos priklausomybė nuo laiko pavaizduota grafike. Vielos skerspjūvio plotas 2,2 mm^2. Apskaičiuokime indukcinės srovės stiprį.



Duota: magnetinės indukcijos priklausomybės nuo laiko grafikas; vielos ilgis l = 16 cm = 0,16 m; vielos skerspjūvio plotas S_0 = 2,2 mm^2 = 2,2·10^{-6} m^2; nichromo savitoji varža ρ = 1,1·10^{-6} Ω·m; kampas tarp magnetinio lauko krypties ir statmens rėmelio plokštumai $\alpha = 0°$.

Rasti: indukcinės srovės stiprį I_i.

Sprendimas

Spręsdami uždavinį remsimės elektromagnetinės indukcijos dėsniu (8.2). Taip pat prisiminsime varžos formulę (6.3) ir Omo dėsnį uždarai grandinei (6.12).

$I_\mathrm{i} = \varepsilon_\mathrm{i}/R$; $R = \rho l/S_0$; $\varepsilon_\mathrm{i} = -\Delta\Phi/\Delta t = -\Delta BS\cos 0°/\Delta t = -\Delta BS/\Delta t$. Kvadratinio rėmelio plotą S rasime remdamiesi jo perimetru l. Tad rėmelio kraštinė $a = l/4$, o jo plotas $S = a^2 = l^2/16$. Todėl

$I_\mathrm{i} = -\Delta BS/\Delta tR = -(\Delta B/\Delta t)lS_0/16\rho.$

Iš grafiko matyti, kad magnetinė indukcija slopsta pastoviu greičiu $\Delta B/\Delta t = -2$ T/100 ms = 20 T/s. Minuso ženklas rodo, kad magnetinė indukcija mažėja. Įrašę skaitines vertes randame I_i = 0,40 A.

Ats. 0,40 A.

8.1.3 pavyzdys. 80 cm^2 ploto rėmelis yra vienalyčiame 0,24 T indukcijos magnetiniame lauke. Rėmelio plokštuma statmena indukcijos linijoms. Kol rėmelį per 0,12 s pasuko 180° kampu, jame atsirado 0,96 V indukcinė elektrovara. Kiek vijų yra rėmelyje?

Duota: rėmelio plotas S = 80 cm^2 = 8,0·10^{-3} m^2; magnetinė indukcija $B = 0{,}24$ T; kampas tarp magnetinės indukcijos linijų ir statmens rėmelio plokštumai $\alpha_1 = 0°$; laikas, kurį buvo sukamas rėmelis, $\Delta t = 0{,}12$ s; rėmelio posūkio kampas $\Delta\alpha = 180°$; indukcinė elektrovara $\varepsilon_i = 0{,}96$ V.

Rasti: vijų skaičių rėmelyje N.

Sprendimas

Pritaikysime magnetinio srauto formulę (8.1) ir elektromagnetinės indukcijos dėsnį (8.2). Srauto pokytį $\Delta\Phi$ sukelia kampo α pokytis: $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = BSN\cos\alpha_2 - BSN\cos\alpha_1 = BSN(\cos(\alpha_1 + \Delta\alpha) - \cos\alpha_1)$. $\varepsilon_i = -\Delta\Phi/\Delta t = -BSN(\cos(\alpha_1 + \Delta\alpha) - \cos\alpha_1)/\Delta t$.

$N = -\varepsilon_i \Delta t / BS(\cos(\alpha_1 + \Delta\alpha) - \cos\alpha_1) = 30$.

Ats. 30.

8.1.4 pavyzdys. Vienalyčiame 3,0·10^{-3} T indukcijos magnetiniame lauke yra 2,0 Ω varžos vija, kurios plotas 200 cm^2. Vijos plokštuma statmena lauko linijoms. Koks krūvis pratekės vija, ją pasukant 90° kampu?

Duota: magnetinė indukcija B = 3,0·10^{-3} T; vijos varža R = 2,0 Ω; vijos plotas S = 200 cm^2 = 0,020 m^2; kampas tarp magnetinės indukcijos linijų ir statmens rėmelio plokštumai $\alpha_1 = 0°$; vijos pasukimo kampas $\Delta\alpha = 90°$.

Rasti: vija pratekėjusį krūvį q.

Sprendimas

Pritaikysime magnetinio srauto formulę (8.1), elektromagnetinės indukcijos dėsnį (8.2) ir prisiminsime elektros srovės stiprio apibrėžimą (6.1) bei Omo dėsnį uždarai grandinei (6.12). Srauto pokytį $\Delta\Phi$ sukelia kampo α pokytis: $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = BS\cos\alpha_2 - BS\cos\alpha_1 = BS(\cos(\alpha_1 + \Delta\alpha) - \cos\alpha_1)$.

$I_i = \varepsilon_i/R = q/\Delta t$; $q = \varepsilon_i \Delta t/R = -\Delta\Phi/R = BS(\cos\alpha_1 - \cos(\alpha_1 + \Delta\alpha))/R$ = 3,0·10^{-5} C = 30 μC.

Ats. 30 μC.

8.1.5 pavyzdys. Dviem lygiagrečiais strypais, esančiais vienalyčiame 200 mT indukcijos magnetiniame lauke, statmename strypų plokštumai, 10 m/s greičiu traukiamas 2,0 Ω varžos laidas. Atstumas tarp strypų 20 cm, vieni jų galai trumpai sujungti. Koks šilumos kiekis išsiskirs laide, kol jis įveiks 2,0 m kelią? Strypų varžos nepaisykime.

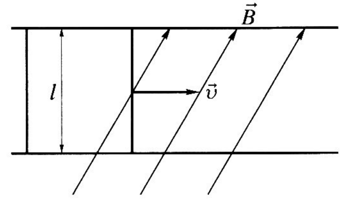
Duota: magnetinė indukcija B = 200 mT = 0,20 T; kampas tarp magnetinio lauko krypties ir statmens strypų plokštumai $\alpha = 0°$; laido greitis v = 10 m/s; laido varža R = 2,0 Ω; atstumas tarp strypų l = 20 cm = 0,20 m; laido nueitas kelias s = 2,0 m.

Rasti: laide išsiskyrusį šilumos kiekį Q.

Sprendimas

Taikysime Džaulio ir Lenco (6.9) ir elektromagnetinės indukcijos (8.2) dėsnius.

Slenkant laidui strypais, kontūro, kurį sudaro viename gale trumpai sujungti strypai ir laidas, plotas gali didėti ar mažėti, žiūrint kurion pusėn bus traukiamas laidas. Nuo to priklausys indukcinės srovės kryptis, bet išsiskiriančiam šilumos kiekiui tai neturi reikšmės (schemoje parodytoje situacijoje plotas didės).



$Q = \varepsilon_i^2 \Delta t/R = \Delta\Phi^2/\Delta t R = \Delta\Phi^2 v/Rs$, nes $\Delta t = s/v$.

$\Delta\Phi = BS\cos 0° = BS = Bls$.

$Q = B^2 l^2 s^2 v/Rs = B^2 l^2 sv/R = 16{\cdot}10^{-3}$ J = 16 mJ.

Ats. 16 mJ.

8.2. Saviindukcija

8.2.1 pavyzdys. Solenoido skerspjūvio plotas 10 cm^2, jis turi 1000 vijų. Tekanti solenoidu srovė sukuria vienalytį 0,15 T indukcijos magnetinį lauką. Kokia atsiras vidutinė saviindukcijos elektrovara, srovei išnykstant per 0,50 ms?

Duota: solenoido skerspjūvio plotas S = 10 cm^2 = 1,0·10^{-3} m^2; vijų skaičius solenoide N = 1000; magnetinė indukcija solenoide B = 0,15 T; laikotarpis, per kurį išnyksta srovė, Δt = 0,50 ms = 5,0·10^{-4} s.

Rasti: saviindukcijos elektrovarą ε_s.

Sprendimas

Pasinaudosime saviindukcijos dėsniu (8.3) ir srauto sąryšiais (8.1) ir (8.4).

$\Phi = BSN\cos\alpha = BSN$ (solenoide magnetinis laukas nukreiptas išilgai solenoido ašies, tad $\alpha = 0°$ ir $\cos\alpha = 1$). Kita vertus, $\Phi = LI$. Tad $BSN = LI$ ir $L = BSN/I$.

Išnykstant srovei, $\Delta I = 0 - I = -I$. Todėl

$\varepsilon_s = -L\Delta I/\Delta t = BSN/\Delta t = 300$ V.

Ats. 300 V.

8.2.2 pavyzdys. 0,40 H induktyvumo ir 2,0 Ω varžos ritėje, srovei tolygiai didėjant nuo 0,50 A iki 2,50 A, susidarė 0,20 V saviindukcijos elektrovara. Koks elektros krūvis pratekėjo rite? Kiek laiko jis tekėjo?

Duota: ritės induktyvumas L = 0,40 H ir varža R = 2,0 Ω; srovės stiprio pradinė ir galutinė vertės I_1 = 0,50 A ir I_2 = 2,50 A; saviindukcijos elektrovara ε_s = 0,20 V.

Rasti: rite pratekėjusį krūvį q; krūvio tekėjimo laiką Δt.

Sprendimas

Pritaikysime saviindukcijos dėsnį (8.3), Omo dėsnį uždarai grandinei (6.12) bei elektros srovės stiprio apibrėžimą (6.1):

$\varepsilon_s = -L\Delta I/\Delta t = -L(I_2 - I_1)/\Delta t$; $I_s = \varepsilon_s/R = -L(I_2 - I_1)/\Delta t R$;

$q = |I_s\Delta t| = L(I_2 - I_1)/R = 0{,}40$ C. $\Delta t = \left|\dfrac{L\Delta I}{\varepsilon_s}\right| = \dfrac{L(I_2 - I_1)}{\varepsilon_s} = 4{,}0$ s.

Krūvio ženklas neturi reikšmės. Todėl imame krūvio absoliutinę vertę.

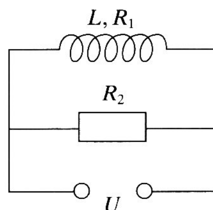
Ats. 0,40 C; 4,0 s.

8.2.3 pavyzdys. Ritė, kurios varža 1,5 Ω ir induktyvumas 0,20 H sujungta lygiagrečiai su 3,0 Ω varžos rezistoriumi ir prijungta prie 4,5 V įtampos srovės šaltinio. Kai srovė grandinėje nusistovėjo, šaltinis buvo atjungtas. Koks tada šilumos kiekis išsiskyrė rezistoriuje?

Duota: ritės varža $R_1 = 1{,}5$ Ω ir induktyvumas $L = 0{,}20$ H; rezistoriaus varža $R_2 = 3{,}0$ Ω; srovės šaltinio įtampa $U = 4{,}5$ V.

Rasti: rezistoriuje išsiskyrusį šilumos kiekį Q_2.

Sprendimas



Remsimės Omo (6.2), Džaulio ir Lenco (6.9) dėsniais ir ritės magnetinio lauko energetiniais sąryšiais (8.5).

Tekant rite srovei I_1, ritė turi magnetinio lauko energijos $W_L = LI_1^2/2$. Atjungus šaltinį atsiras saviindukcijos srovė, kuriai tekant ritės magnetinio lauko energija virs šiluma Q, išsiskiriančia ritės varžoje R_1 ir rezistoriuje R_2. Pagal Omo dėsnį srovės stipris $I_1 = U/R_1$. Tad $Q = W_L = LI_1^2/2 = LU^2/2R_1^2$.

Atjungus šaltinį, ta pati indukcinė srovė teka ir per varžos R_1 ritę, ir per rezistorių R_2. Iš Džaulio ir Lenco dėsnio aišku, kad tekant to paties stiprio srovei, atitinkamose grandinės dalyse išsiskyrę šilumos kiekiai yra proporcingi tų grandinės dalių varžoms. Todėl $Q_1/Q_2 = R_1/R_2$. Kadangi $Q = Q_1 + Q_2$, tai, atlikę matematinius veiksmus, gauname:

$Q_2 = QR_2/(R_1 + R_2) = LU^2R_2/2R_1^2(R_1 + R_2) = 0{,}60$ J.

Ats. 0,60 J.

8.3. Užduotys

8.3.1. Vienalyčiame 0,24 T indukcijos magnetiniame lauke yra stačiakampis rėmelis, kurio kraštinės 25 cm ir 60 cm. Kampas tarp magnetinės indukcijos linijų ir rėmelio normalės yra 60°. Koks magnetinis srautas veria rėmelį? Kokia indukcinė elektrovara atsiras rėmelyje, magnetiniam laukui nuslopus per 15 ms?

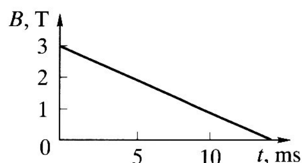
8.3.2. Magnetinis srautas, veriantis 20 Ω varžos kontūrą, per 0,20 s sumažėjo nuo 3,0 Wb iki 2,0 Wb. Kokia elektrovara indukavosi ir kokio stiprio srovė per tą laiką tekėjo kontūru?

8.3.3. Rėmelis apima 240 cm^2 plotą. Jis yra vienalyčiame magnetiniame lauke, statmename jo plokštumai. Rėmeliui pasisukus 90° per 0,15 s, jame indukavosi 160 mV elektrovara. Apskaičiuokite magnetinio lauko indukciją.

8.3.4. Iš dviejų vienodų vielų padaryti du kontūrai: apvalus ir kvadratinis. Juos įnešus į vienalytį kintamą magnetinį lauką, apvaliame kontūre indukavosi 0,40 A stiprio srovė. Kokio stiprio srovė indukavosi kvadratiniame kontūre?

8.3.5. Vielos žiedas, kurio skerspjūvio plotas 20 cm^2 ir varža 0,40 Ω, yra žiedo plokštumai statmename vienalyčiame magnetiname lauke. Magnetinė indukcija per 1,0 ms padidėjo nuo 0 iki 0,10 T. Koks krūvis pratekėjo ir koks šilumos kiekis išsiskyrė laide?

8.3.6. 20 cm^2 ploto rėmelį, kurio varža 1,0 Ω, ima verti magnetinis laukas, kurio priklausomybė nuo laiko parodyta grafike. Koks yra indukcinės srovės stipris?



8.3.7. Magnetiniame lauke, kurio indukcija 0,40 T, yra 300 vijų ritė, kurios varža 40 Ω, o skerspjūvio plotas 16 cm^2. Koks krūvis pratekės rite išjungiant magnetinį lauką? Ritės ašis lygiagreti magnetinės indukcijos linijoms.

8.3.8. Kai elektros srovės stipris padidėjo nuo 4,0 A iki 8,0 A, magnetinis srautas pro ritės, turinčios 100 vijų, skerspjūvį išaugo 2,0 mWb. Koks ritės induktyvumas? Kiek, kintant srovės stipriui, išaugo ritės magnetinio lauko energija?

8.3.9. 600 vijų ir 20 cm^2 skerspjūvio ploto ritėje, tekant 1,5 A stiprio srovei, susidarė 0,20 T indukcijos magnetinis laukas. Koks ritės induktyvumas? Kokia saviindukcijos elektrovara susižadins, jei srovė išnyks per 8,0 ms?

8.3.10. 0,50 H induktyvumo rite teka 1,5 A stiprio srovė. Iki kokios vertės sumažėjo srovės stipris, jeigu, jai silpnėjant 0,30 s, susižadino 2,0 V saviinducijos elektrovara? Kiek sumažėjo magnetinio lauko energija?

8.3.11. Srovė ritėje, kurios induktyvumas 50 mH, kinta pagal dėsnį $I = kt$, kur $k = 32$ A/s. Koks indukcinės srovės stipris ritėje, jei ritės varža 2,0 Ω?

8.3.12. Ritė, kurios induktyvumas 4,0 mH, o varža 0,50 Ω, teka 1,5 A stiprio srovė. Ji lygiagrečiai sujungta su 2,5 Ω varžos rezistoriumi ir prijungta prie srovės šaltinio. Raskite elektros krūvį, kuris indukuosis ritėje, išjungiant grandinėje srovę.

8.3.13. 5,0 A stiprio srovės sukurto magnetinio lauko ritėje energija lygi 15 J. Kokio dydžio krūvis pratekės rite išnykstant srovei, jei ritės varža 0,20 Ω?

8.3.14. Ritė, kurios varža 8,0 Ω ir induktyvumas 32 mH, prijungta prie 12 V nuolatinės įtampos. Kiek energijos išsiskirs išnykstant srovei? Kokia vidutinė saviindukcijos elektrovara joje indukuosis, jei energija išsiskirs per 2,0 ms?

V. SVYRAVIMAI IR BANGOS

9. Mechaniniai svyravimai ir bangos

Mechaniniai svyravimai – tai judesiai, pasikartojantys kas tam tikrą laiko tarpą. Galinčią svyruoti kūnų sistemą veikia vidinės ir išorinės jėgos. *Vidinėmis jėgomis* vadinamos tokios, kurios veikia svyruojančios sistemos viduje. *Išorinės jėgos* – tai jėgos, kuriomis svyruojančią sistemą veikia kiti kūnai, nepriklausantys tai sistemai.

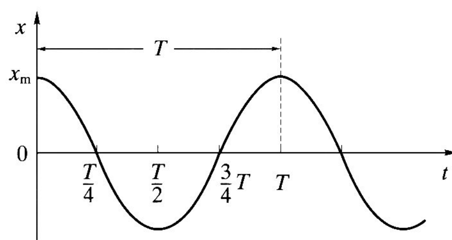
Laisvaisiais svyravimais vadinami tokie, kai iš pusiausvyros išvesta sistema svyruoja veikiama tik vidinių jėgų. Prie spyruoklės ar siūlo pritvirtinto pasvaro ar į grindis atsimušusio ir šokčiojančio kamuolio svyravimai yra laisvųjų svyravimų pavyzdys.

Kūnų svyravimai, sukelti išorinių periodiškai kintančių jėgų, vadinami *priverstiniais svyravimais*. To paties kamuolio svyravimai, kai krepšininkai jį varinėja ranka, jau bus priverstiniai svyravimai.

Harmoniniais svyravimais vadinami tokie, kai svyruojančio kūno koordinatė laikui bėgant kinta pagal sinuso ar kosinuso dėsnį. Toks svyravimas gali būti aprašytas lygtimi

$$x = x_m \cos \omega_0 t; \qquad (9.1)$$

čia x – svyruojančio kūno koordinatė, x_m – *svyravimų amplitudė*, maksimalus svyruojančio kūno nukrypimas nuo pusiausvyros padėties; ω_0 – laisvųjų (savųjų) svyravimų *ciklinis*, arba *kampinis*, *dažnis*; t – laikas; dydis $\varphi = \omega_0 t$ vadinamas *svyravimų faze*. 9.1 pav. pavaizduotas harmoninis svyravimas.



9.1 pav.

Laikotarpis T, per kurį atsikartoja svyravimo koordinatė x ir judėjimo kryptis, vadinamas *svyravimo periodu*. Dydis f, atvirkščias svyravimo periodui, vadinamas *svyravimo dažniu*:

$$f = 1/T. \qquad (9.2)$$

Dažnis matuojamas *hercais* (Hz). 1 Hz yra toks svyravimo dažnis, kai per 1 s įvyksta vienas svyravimas. Ciklinis dažnis matuojamas *radianais per sekundę* (rad/s). Svyravimo ciklinį dažnį ω_0 ir dažnį f sieja sąryšis

$$\omega_0 = 2\pi f. \qquad (9.3)$$

Laisvųjų svyravimų dažnis ir periodas priklauso nuo svyruojančios sistemos savybių, jos parametrų. Prie spyruoklės prikabinto kūno svyravimo dažniai ω_0, f ir periodas T atitinkamai yra tokie:

$$\omega_0 = \sqrt{k/m}; \quad f = 1/2\pi\sqrt{m/k}; \quad T = 2\pi\sqrt{m/k}; \qquad (9.4)$$

čia m – kūno masė (pačios spyruoklės masės nepaisoma), k – spyruoklės standumo koeficientas (4.29).

Matematine svyruokle vadinamas nedideliais kampais ($\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha$) svyruojantis, ant netįsaus ir nesvaraus siūlo pakabintas mažas rutuliukas. Jo svyravimo ω_0, f ir T aprašomi tokiomis lygtimis:

$$\omega_0 = \sqrt{g/l}; \quad f = 1/2\pi\sqrt{l/g}; \quad T = 2\pi\sqrt{l/g}; \tag{9.5}$$

čia l – siūlo ilgis; g – laisvojo kritimo pagreitis.

Nagrinėjant bet kokį (ne tik mechaninį) svyravimą, galima išskirti dvi energijos rūšis, svyravimo metu periodiškai virstančias viena kita. Spyruoklinės svyruoklės atveju, išvedant sistemą iš pusiausvyros padėties (deformuojant spyruoklę), jai suteikiama potencinės energijos, kurios maksmali reikšmė pagal (3.13) formulę yra tokia:

$$W_{\mathrm{pm}} = kx_{\mathrm{m}}^2/2. \tag{9.6}$$

Kūnui judant link pusiausvyros padėties, x mažėja, kartu mažėja spyruoklės deformacija, taip pat ir jos potencinė energija $W_{\mathrm{p}} = kx^2/2$, kuri virsta kūno judėjimo kinetine energija $W_{\mathrm{k}} = mv^2/2$ (3.8). Tuo momentu, kai kūnas atsiduria ties pusiausvyros padėtimi, spyruoklė yra nedeformuota, jos potencinė energija lygi nuliui, o kūno kinetinė energija pasiekia maksimalią vertę $W_{\mathrm{km}} = mv_{\mathrm{m}}^2/2$. Pagal energijos tvermės dėsnį, jei nėra trinties ar pasipriešinimo jėgų, $W_{\mathrm{km}} = W_{\mathrm{pm}}$. Visais kitais laiko momentais svyruojančio kūno pilnutinė energija W (potencinės ir kinetinės energijų suma) yra pastovi ir nekintama (jei nėra trinties ar pasipriešinimo jėgų):

$$W = W_{\mathrm{p}} + W_{\mathrm{k}} = kx^2/2 + mv^2/2 = kx_{\mathrm{m}}^2/2 = mv_{\mathrm{m}}^2/2 = \mathrm{const.} \tag{9.7}$$

Panašūs energetiniai virsmai lydi ir matematinės svyruoklės svyravimą. Atlenkiant rutuliuką iš pusiausvyros padėties, jis pakyla iki tam tikro aukščio h_{m}, įgydamas potencinės energijos $W_{\mathrm{pm}} = mgh_{\mathrm{m}}$. Judėdamas pusiausvyros padėties link rutuliukas leidžiasi žemyn ir praranda potencinę energiją, užtat įgyja kinetinės energijos.

Priverstinių svyravimų metu svyruojančią sistemą veikiančios išorinės periodinės jėgos gali sukelti *rezonansą*, labai smarkiai padidindamos svyravimų amplitudę. Taip atsitinka, kai priverstinės jėgos dažnis ω sutampa su svyruojančios sistemos savuoju dažniu ω_0.

Mechaninės bangos. Tamprioje terpėje svyruojantis kūnas veikia tos terpės daleles, priversdamas jas svyruoti. Pastarosios per tampriąsias sąveikas priverčia svyruoti gretimas daleles ir taip toliau. Toks svyravimų sklidimas tampria terpe vadinamas *mechanine banga*. Terpės dalelės tik svyruoja apie savo pusiausvyros padėtis. Todėl banga medžiagos neperneša, tačiau sklisdama vis tolyn ir tolyn nuo svyravimų šaltinio, perduoda svyruojamojo judėjimo energiją.

Tokios bangos, kurios susidaro aplinkos dalelėms svyruojant statmenai bangos sklidimo krypčiai, vadinamos *skersinėmis*. Svyravimų metu terpėje atsiranda iškylos (keteros) ir įdubos. Skersinės bangos sklinda tik kietaisiais kūnais arba jos gali susidaryti dviejų skirtingų terpių riboje, pvz., vandens bangos susidaro riboje tarp vandens ir oro.

Bangos, kai aplinkos dalelės svyruoja išilgai bangos sklidimo krypties, vadinamos *išilginėmis*. Tada terpėje susidaro sutankėjimai ir praretėjimai. Išilginės bangos susidaro visose terpėse.

Svarbi bangos charakteristika yra jos *sklidimo greitis v*. Jokios bangos nesklinda begaliniu greičiu. Sklidimo greitis yra baigtinis ir priklauso nuo terpės savybių.

Mažiausias atstumas tarp gretimų skersinės bangos iškylų ar įdubų bei tarp išilginės bangos sutankėjimų ar praretėjimų vadinamas *bangos ilgiu* λ.

Bangos (tiek skersinės, tiek išilginės) pasižymi dvejopu periodiškumu: laike ir erdvėje. Laiko atžvilgiu visos aplinkos dalelės svyruoja apie savo pusiausvyros padėtis tam tikru dažniu f arba periodu T. Tolstant nuo šaltinio, dalelės pradeda svyruoti vis vėliau ir jų svyravimo fazė kinta, periodiškai kartodamasi dydžiu 2π. Aplinkos dalelės, esančios gretimose iškylose ar gretimuose sutankėjimuose, svyruoja ta pačia faze. Viena vertus, jas skiria atstumas, lygus bangos ilgiui λ, kita vertus – laiko tarpas, per kurį svyravimų fazė pakinta dydžiu 2π, t. y. svyravimo periodas T. Dar vienas bangos ilgio apibrėžimas: *bangos ilgis yra atstumas, kurį nusklinda banga per vieną aplinkos dalelių svyravimo periodą*:

$$\lambda = vT \quad \text{arba} \quad \lambda = v/f, \tag{9.8}$$

nes $f = 1/T$ (9.2). Skersinės bangos susidarymą iliustruoja 9.2 pav.

Iš (9.8) formulės darome išvadą: kuo didesnis bangos sklidimo greitis terpėje, tuo didesnis jos ilgis.

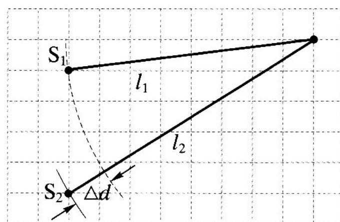
9.2 pav.

Garso bangomis vadinamos mechaninės bangos, kurias girdi žmogus. Tai maždaug (16–20 000) Hz diapazonas. Bangos, kurių dažnis $f < 16$ Hz, vadinamos *infragarsu*, o kurių $f > 20$ kHz – *ultragarsu*.

Kai bangas skleidžia keli šaltiniai, jos užsikloja, sustiprindamos ar susilpnindamos viena kitą.

Bangų interferencija – tai koherentinių bangų šaltinių sukeltų bangų sudėtis. *Koherentiniais* laikomi šaltiniai, skleidžiantys vienodo dažnio bangas, kurių fazių skirtumas laikui bėgant nekinta. Dėl interferencijos užsiklojančios bangos vienuose erdvės taškuose sustiprina viena kitą, kituose – susilpnina, ir taip išlieka laikui bėgant.

Bangos stiprina viena kitą tuose erdvės taškuose, kur bangų eigos (nueito kelio) skirtumas $\Delta d = l_2 - l_1$ (9.3 pav.) lygus sveikajam bangų ilgių λ skaičiui, arba lyginiam pusbangių skaičiui (interferencinių maksimumų sąlyga):



9.3 pav.

$$\Delta d = k\lambda = 2k\lambda/2; \quad \text{čia } k = 0, 1, 2, 3, \ldots \tag{9.9}$$

Bangos silpnina viena kitą ten, kur bangų eigų skirtumas Δd lygus nelyginiam pusbangių skaičiui (interferencinių minimumų sąlyga):

$$\Delta d = (2k + 1)\lambda/2; \quad \text{čia } k = 0, 1, 2, 3, \ldots \tag{9.10}$$

Bangos, sutikusios savo kelyje kliūtį, nukrypsta nuo tiesiaeigio sklidimo. Tai vadinama *bangų difrakcija*. Difrakcija ypač išryškėja, kada bangos kelyje esančių kliūčių matmenys yra maži – palyginami ar mažesni už bangos ilgį.

Metodiniai nurodymai

1. Tam tikrą painiavą kelia tai, kad vienose knygose svyravimų lygtis užrašoma naudojant kosinuso funkciją (taip užrašyta (9.1) formulė), kitose – naudojant sinuso funkciją. Apskritai teisinga ir vienaip, ir kitaip. Jei svyruojantį kūną išvesime iš pusiausvyros padėties į kraštinę padėtį, tai pradiniu momentu $t = 0$, $x = x_m$, ir būtų logiška taikyti kosinuso funkciją. Tačiau jei laiką pradedame matuoti tuo momentu, kai kūnas praeina pusiausvyros padėtį, tai derėtų taikyti sinuso funkciją. Jei uždavinio sąlygoje nėra jokių užuominų apie tai, kur buvo kūnas tuo momentu, kai pradėtas skaičiuoti laikas, tai vienodai teisingos bus abi – ir kosinuso, ir sinuso funkcija. Žinia, atsakymai bus skirtingi. Pvz., jei klausiama, kuriai periodo daliai praėjus kūno nukrypimas bus lygus pusei amplitudės ($x = x_m/2$), tai, taikydami kosinuso funkciją, rasite, kad tai atsitiks praėjus laikotarpiui $t = T/6$. Jei taikysite sinuso funkciją, rasite, kad tai atsitiks praėjus du kartus trumpesniam laikotarpiui $t = T/12$. Tačiau jei uždavinio sąlygoje klausiama, per kiek laiko kūnas nukryps $x = x_m/2$ nuo pusiausvyros padėties, vienareikšmiškai reikia taikyti sinuso funkciją.

2. Matematinės svyruoklės periodo formulė (9.5) taikytina tik tuo atveju, kai svyruoklės pakabos taškas juda be pagreičio. Jeigu svyruoklės pakabos taškas juda su pagreičiu, tai jos svyravimo periodas jau kitoks. Pvz., jei kyla į viršų su pagreičiu a, tai jos svyravimų periodas

$$T = 2\pi\sqrt{l/(g+a)}.$$

3. Ciklinis, arba kampinis dažnis ω matuojamas rad/s. Tačiau skaičiuojant dimensijas reikia imti dažnio vienetu 1/s (s^{-1}).

4. Nepamirškite, kad, bangai pereinant iš vienos terpės į kitą, jos dažnis nesikeičia. Bangų dažnis yra toks, kokiu svyruoja bangų šaltinis. Tuo tarpu bangai pereinant iš vienos terpės į kitą, keičiasi jos sklidimo greitis, kartu pakinta ir bangos ilgis (9.7). Žmogaus ausis ir kiti garsą registruojantys prietaisai reaguoja į garso dažnį. Tonas „la“ ir ore, ir po vandeniu bus „la“.

5. Dviejų taškų, nutolusių vienas nuo kito bangos sklidimo kryptimi per bangos ilgį, svyravimų fazė skiriasi 2π rad. Nuotoliui keičiantis, proporcingai kinta ir fazių skirtumas.

6. Pateiktos interferencinių maksimumų ir minimumų sąlygos (9.8), (9.9) galioja tik tuo atveju, jei abu koherentiniai bangų šaltiniai svyruoja ta pačia faze.

7. Pakartokite iš matematikos kurso: trigonometrines funkcijas ir jų sąsajas, sinuso ir kosinuso grafikus, reiškinių su kvadratinėmis šaknimis pertvarkius, mechaninę išvestinės prasmę, trigonometrinių funkcijų išvestines.

8. Nepamirškite įvertinti gauto rezultato realumą.

UŽDAVINIŲ SPRENDIMO PAVYZDŽIAI IR UŽDUOTYS

9.1. Mechaniniai harmoniniai svyravimai

9.1.1 pavyzdys. Harmoninis svyravimas aprašomas lygtimi $x = x_m \cos \omega_0 t$. Apskaičiavę pirmąją ir antrąją išvestinę, parašykime greičio ir pagreičio priklausomybės nuo laiko lygtis: $v = v(t)$ ir $a = a(t)$. Raskime greičio ir pagreičio maksimalias reikšmes, kai svyravimo amplitudė 20 cm, o periodas 0,60 s. Kokios bus koordinatės, greičio ir pagreičio vertės praėjus 0,10 s nuo svyravimų pradžios?

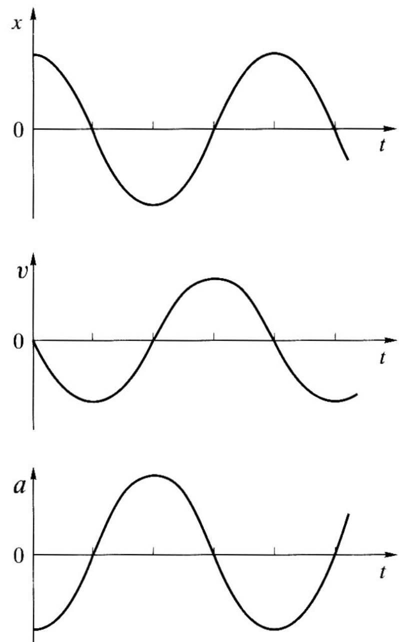
Duota: Svyravimo lygtis $x = x_m \cos \omega_0 t$; svyravimo amplitudė x_m = 20 cm = 0,20 m; svyravimo periodas $T = 0{,}60$ s; laikas nuo svyravimų pradžios $t = 0{,}10$ s.

Rasti: greičio ir pareičio priklausomybės nuo laiko lygtis $v = v(t)$ ir $a = a(t)$; greičio ir pagreičio maksimalias reikšmes v_m ir a_m; koordinatės, greičio ir pagreičio vertes laiko momentu t.

Sprendimas

Greitis apibūdina koordinatės kitimo spartą. Taigi jis yra koordinatės pirmoji išvestinė laiko atžvilgiu: $v = x'$. Pagreitis apibūdina greičio kitimo spartą. Tad jis yra greičio pirmoji išvestinė laiko atžvilgiu arba koordinatės antroji išvestinė laiko atžvilgiu: $a = v' = x''$. Sutinkamai su tais teiginiais:

$$v(t) = x' = (x_m \cos \omega_0 t)' = -x_m \omega_0 \sin \omega_0 t;$$
$$a(t) = v' = x'' = (-x_m \omega_0 \sin \omega_0 t)' = -x_m \omega_0^2 \cos \omega_0 t.$$



Maksimalias reikšmes greitis ir pagreitis įgyja tais laiko momentais, kai sinuso ar kosinuso funkcijos įgyja maksimalias reikšmes, lygias vienetui. Todėl v_m ir a_m absoliutinės vertės yra tokios: $v_m = x_m \omega_0$, o $a_m = x_m \omega_0^2$.

Greitis ir pagreitis harmoningai svyruoja, o v_m ir a_m yra ne kas kita, kaip tų dydžių svyravimų amplitudės. Minuso ženklai $v(t)$ ir $a(t)$ lygtyse atspindi tą faktą, kad vykstant svyravimui koordinatės, greičio ir pagreičio vektorių kryptys nesutampa. Tai atspindi pateikti grafikai.

Išreiškę aukščiau pateiktose v_m ir a_m išraiškose ciklinį dažnį ω_0 periodu T (9.2), (9.3) ir įrašę skaitines reikšmes, gauname:

$v_m = x_m \omega_0 = 2\pi x_m / T = 2{,}1$ m/s; $a_m = x_m \omega_0^2 = 4\pi^2 x_m / T^2 = 22$ m/s^2.

Koordinatės, greičio ir pagreičio vertes laiko momentu t randame iš šių dydžių lygčių:

$$x = x_m \cos \omega_0 t = x_m \cos 2\pi t / T = 0{,}10 \text{ m};$$
$$v = -x_m \omega_0 \sin \omega_0 t = -2\pi x_m / T \cdot \sin 2\pi t / T = -1{,}8 \text{ m/s};$$
$$a = -x_m \omega_0^2 \cos \omega_0 t = -4\pi^2 x_m / T^2 \cdot \cos 2\pi t / T = -11 \text{ m/s}^2.$$

Ats. $v(t) = -x_m \omega_0 \sin \omega_0 t$; $a(t) = -x_m \omega_0^2 \cos \omega_0 t$;
2,1 m/s; 22 m/s^2; 0,10 m; −1,8 m/s; −11 m/s^2.

9.1.2 pavyzdys. Harmoninių svyravimų amplitudė 10 cm, o dažnis 5,0 Hz. Parašykime svyravimų lygtį. Raskime svyravimų fazę ir poslinkį po 0,15 s nuo svyravimų pradžios. Nustatykime, po kiek laiko tas poslinkis bus 7,1 cm. Pradiniu laiko momentu poslinkis yra maksimalus.

Duota: svyravimų amplitudė x_m = 10 cm = 0,10 m; svyravimo dažnis f = 5,0 Hz; laikotarpis $t_1 = 0,15$ s; poslinkis $x_2 = 7,1$ cm = 0,071 m.

Rasti: svyravimų lygtį; fazę φ_1 ir poslinkį x_1; laikotarpį t_2.

Sprendimas

Sąlygoje nurodyta, kad pradiniu laiko momentu poslinkis yra maksimalus. Tai reiškia, kad svyravimas aprašomas kosinuso funkcija. Bendra tokio harmoninio svyravimo lygtis yra tokia: $x = x_m \cos \omega_0 t$. Atsižvelgę į tai, kad $\omega_0 = 2\pi f$ (9.3) ir įrašę x_m reikšmę, randame svyravimų lygtį:

$x = 0,10 \cos 10\pi t.$

Svyravimų fazė φ_1 ir poslinkis x_1 bus tokie:

$\varphi_1 = \omega_0 t_1 = 2\pi f t_1 = 1,5\pi$ rad.

$x_1 = x_m \cos 10\pi t_1 = 0.$

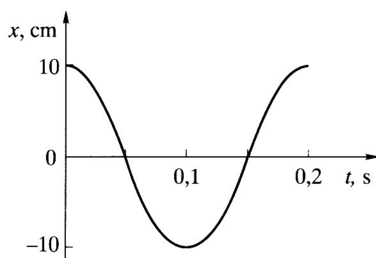
Poslinkis $x_2 = x_m \cos 10\pi t_2$; $\arccos x_2/x_m = 10\pi t_2$. Tad

$t_2 = (\arccos x_2/x_m)/10\pi = 0,025$ s = 25 ms.

Ats. $x = 0,1 \cos 10\pi t$; $1,5\pi$ rad; 0; 25 ms.

9.1.3 pavyzdys.

Iš pateikto harmoninio svyravimo grafiko reikia nustatyti to svyravimo amplitudę, periodą, dažnį ir ciklinį dažnį; parašyti svyravimo lygtį; apskaičiuoti poslinkį, atitinkantį fazę $\pi/2$ ir $2\pi/3$, taip pat poslinkį laiko momentais 0,10 s ir 0,15 s.



Duota: svyravimų grafikas; svyravimo fazės $\varphi_1 = \pi/2$ rad/s ir $\varphi_2 = 2\pi/3$ rad/s; laiko momentai $t_3 = 0,10$ s ir $t_4 = 0,15$ s.

Rasti: svyravimo amplitudę x_m, periodą T, dažnį f ir ciklinį dažnį ω; parašyti svyravimo lygtį $x = x(t)$; apskaičiuoti poslinkius x_1 ir x_2, atitinkančius fazes φ_1 ir φ_2, taip pat poslinkius x_3 ir x_4 laiko momentais t_3 ir t_4.

Sprendimas

Grafike randame, kad

x_m = 10 cm = 0,10 m ir $T = 0,2$ s;

Dažnis f ir ciklinis dažnis ω, remiantis sąryšiais (9.2) ir (9.3):

$f = 1/T = 5$ Hz; $\omega = 2\pi f = 10\pi$ rad/s.

Iš grafiko aišku, kad svyravimas vyksta pagal kosinuso dėsnį. Tad svyravimo lygtis bendroje formoje yra (9.1) Įrašę į ją šio uždavinio duomenis, gauname:

$x = 0,10 \cos 10\pi t.$

Svyravimo fazes $\varphi_1 = \pi/2$ rad/s ir $\varphi_2 = 2\pi/3$ rad/s atitinka poslinkiai

$x_1 = 0,10 \cos \pi/2 = 0$; $x_2 = 0,10 \cos 2\pi/3 = -0,05$ m = -5 cm.

Laiko momentus t_3 ir t_4 atitinka poslinkiai

$x_3 = 0,10 \cos 10\pi \cdot 0,1 = -0,1$ m $= -10$ cm; $x_4 = 0,10 \cos 10\pi \cdot 0,15 = 0$.

Ats. 10 cm; 0,2 s; 5 Hz; 10π rad/s; $x = 0,10 \cos 10\pi t$; 0; -5 cm; -10 cm; 0.

9.2. Spyruoklinė ir matematinė svyruoklės

9.2.1 pavyzdys. 2,0 kg masės kūnas svyruoja pagal dėsnį $x = 0,50 \cos \pi t/3$ (m). Raskime kūno judėjimo maksimalias greičio, pagreičio ir jį veikiančios jėgos vertes. Per kiek laiko nuo svyravimo pradžios visų tų dydžių vertės sumažės perpus?

Duota: kūno masė $m = 2,0$ kg; kūno svyravimo lygtis $x = 0,50 \cos \pi t/3$ (m); kūno greičio, pagreičio ir jį veikiančios jėgos vertės, praėjus laikotarpiui t, $v = v_m/2$; $a = a_m/2$; $F = F_m/2$.

Rasti: kūno judėjimo maksimalias greičio, pagreičio ir jį veikiančios jėgos vertes v_m, a_m ir F_m; laikotarpį nuo svyravimo pradžios t, per kurį v, a ir F vertės sumažės perpus.

Sprendimas

Pasiremsime 9.1.1 pavyzdyje gautais harmoninio svyravimo greičio ir pagreičio sąryšiais. Jie tinka šiam uždaviniui, nes svyravimas irgi harmoninis. Kūno svyravimo lygtis rodo, jog svyravimo amplitudė $x_m = 0,50$ m, ciklinis dažnis $\omega_0 = \pi/3$ rad/s.

$v_m = x_m\omega_0 = 0,52$ m/s; $a_m = x_m\omega_0^2 = 0,55$ m/s^2;

Remiantis II Niutono dėsniu (2.2):

$F_m = ma_m = mx_m\omega_0^2 = 1,1$ N.

9.1.1 pavyzdyje parodyta ir grafikais iliustruota, kad vykstant svyravimui koordinatės, greičio ir pagreičio vektorių kryptys nesutampa. Per pirmąjį periodo ketvirtį teigiamas x vertes atitinka neigiamos v ir a vertės. Tai reiškia, kad v, a ir F sumažės iki verčių $v = -v_m/2$; $a = -a_m/2$ ir $F = ma = -F_m/2$.

$v = -v_m \sin \omega_0 t = -v_m/2$; $\sin \omega_0 t = 1/2$; $\pi t/3 = \pi/6$; $t = 0,50$ s;

$a = -a_m \cos \omega_0 t = -a_m/2$; $\cos \omega_0 t = 1/2$; $\pi t/3 = \pi/3$; $t = 1,0$ s;

$F = -ma_m \cos \omega_0 t = -F_m \cos \omega_0 t = -F_m/2$; $\cos \omega_0 t = 1/2$; $\pi t/3 = \pi/3$; $t = 1,0$ s;

Ats. 0,52 m/s; 0,55 m/s^2; 1,1 N; 0,50 s; 1,0 s; 1,0 s.

9.2.2 pavyzdys. Ant ilgos guminės timpos pakabinto pasvaro svyravimo dažnis f_1. Kiek kartų pakistų jo svyravimų dažnis, nupjovus $3/4$ timpos ir ant likusios dalies pakabinus tą patį pasvarą?

Duota: pasvaro svyravimo dažnis f_1; nupjauta timpos dalis $\Delta l = 3l/4$.

Rasti: svyravimo dažnių santykį f_2/f_1.

Sprendimas

Pabrėšime, kad tai ne matematinė svyruoklė, o savotiška spyruoklinė svyruoklė. Svyravimai vyksta dėl gumoje veikiančių tamprumo jėgų. Nukirpus dalį timpos, padidės standumas. Dėl to padidės svyruoklės svyravimų dažnis.

Remiantis (4.9) formule, standumo koeficientas $k = ES/l$, čia E – medžiagos (gumos) tamprumo modulis; S – timpos skerspjūvio plotas; l – timpos ilgis. Tokiu būdu, jei pradžioje tamprumo koeficientas $k_1 = ES/l$, tai, nukirpus dalį Δl, $k_2 = ES/(l - \Delta l)$. Dėl to svyravimo dažnis pakis nuo $f_1 = 1/2\pi \cdot \sqrt{k_1/m} = 1/2\pi \cdot \sqrt{ES/ml}$ iki $f_2 = 1/2\pi \cdot \sqrt{k_2/m} = 1/2\pi \cdot \sqrt{ES/m(l - \Delta l)}$.

Tada

$f_2/f_1 = \sqrt{l/(l - \Delta l)} = 2.$

Ats. 2 kartus padidės.

9.2.3 pavyzdys. Prie spyruoklės pritvirtinta lėkštelė su kroviniu atlieka gulsčius svyravimus, kurių periodas 4,0 s. Gulintis ant lėkštelės kūnas ima slankioti, kai svyravimų amplitudė prilygsta 40 cm. Koks trinties tarp lėkštelės ir krovinio koeficientas?

Duota: svyravimo periodas $T = 4{,}0$ s; svyravimo amplitudė $x_m = 40$ cm = 0,40 m; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: trinties koeficientą μ.

Sprendimas

Trinties jėga tarp gulsčio paviršiaus ir ant jo gulinčio kūno nusakoma formule $F_{tr} = \mu mg$ (2.2.9 pavyzdys), tad trinties jėga suteikia kūnui pagreitį, kuris negali būti didesnis už $a = F_{tr}/m = \mu g$. Jei paviršius (mūsų atveju lėkštelė) judės didesniu nei μg pagreičiu, krovinys ims atsilikti, t. y. ims slysti paviršiumi.

Lėkštelei pagreitį suteikia spyruoklės tamprumo jėga F_{tampr}, kuri absoliutine verte bus didžiausia, kai spyruoklė deformuota labiausiai, t. y. kai, pagal Huko dėsnį (2.8), kūno nukrypimas nuo pusiausvyros padėties bus lygus svyravimų amplitudei ($F_{tampr\,m} = kx_m$). Tad maksimalus svyruojančio kūno pagreitis absoliutine verte bus: $a_m = F_{tampr}/m = kx_m/m$.

Sulyginę trinties ir tamprumo jėgų teikiamus pagreičius (lėkštelės masės nepaisysime), gauname: $a = a_m$; $\mu g = kx_m/m$ ir $\mu = kx_m/mg$.

Tamprumo koeficientą išreikšime per svyravimų periodą T, kuris yra žinomas. Iš (9.4) formulės aišku, kad $k = 4\pi^2 m/T^2$. Įrašę tai į gautą μ išraišką, turime:

$\mu = 4\pi^2 x_m/gT^2 = 0{,}10.$

Ats. 0,10.

9.2.4 pavyzdys. Ant vienodų spyruoklių pakabinti pasvarai, kurių masės skiriasi 0,10 kg. Per tą patį laiką pirmoji svyruoklė susvyruoja 20 kartų, antroji – 30 kartų. Apskaičiuokime kiekvieno pasvaro masę.

Duota: pasvarų masių skirtumas $\Delta m = m_1 - m_2 = 0{,}10$ kg; pirmosios ir antrosios svyruoklių svyravimų skaičius per tą patį laiką $n_1 = 20$ ir $n_2 = 30$.

Rasti: pasvarų mases m_1 ir m_2.

Sprendimas

Laiką, per kurį pirmoji svyruoklė susvyruoja n_1 kartų, o antroji n_2 kartų, pažymėkime t. Tada $t = n_1 T_1$ ir $t = n_2 T_2$. Sulyginę dešiniąsias puses ir įrašę periodų išraiškas (9.4), gausime: $2\pi n_1\sqrt{m_1/k} = 2\pi n_2\sqrt{m_2/k}$ ir $n_1^2 m_1 = n_2^2 m_2$. $\Delta m = m_1 - m_2$, taigi:

$m_1 = \Delta m n_2^2/(n_2^2 - n_1^2) = 0{,}18$ kg; $m_2 = \Delta m n_1^2/(n_2^2 - n_1^2) = 0{,}08$ kg;

Ats. 0,18 kg ir 0,08 kg.

9.2.5 pavyzdys. Ant lengvos spyruoklės pakabinto pasvaro svyravimo periodas 0,40 s. Padidinus pasvaro masę, periodas išaugo iki 0,50 s. Kokiu atstumu pasislinko pasvaro pusiausvyros padėtis padidinus jo masę?

Duota: svyruoklių svyravimo periodai $T_1 = 0{,}40$ s ir $T_2 = 0{,}50$ s; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: atstumą Δx, kuriuo pasislinko pasvaro pusiausvyros padėtis.

Sprendimas

Remsimės formule (9.4) bei Huko dėsniu (2.8). Svyravimo periodai $T_1 = 2\pi\sqrt{m/k}$ ir $T_2 = 2\pi\sqrt{(m+\Delta m)/k}$; čia m – pradinė pasvaro masė; Δm – pasvaro masės padidėjimas. Iš šių periodų formulių išreiškiame masę m: $m = kT_1^2/4\pi^2$ ir $m = \Delta m T_1^2/(T_2^2 - T_1^2)$. Sulyginę dešiniąsias puses, išreiškiame standumo koeficientą: $k = 4\pi^2\Delta m/(T_2^2 - T_1^2)$.

Remsimės Huko dėsniu (2.8): $F_t = -k\Delta x$. Papildomos masės sunkį Δmg atsveria priešingos krypties tamprumo jėga. Tad $\Delta mg = -F_t = k\Delta x$. Taigi dėl papildomo svorio spyruoklė pailgės dydžiu

$\Delta x = \Delta mg/k = g\left(T_2^2 - T_1^2\right)/4\pi^2 = 0{,}023$ m = 2,3 cm.

Ats. 2,3 cm.

9.2.6 pavyzdys. Lėkštelė su kroviniu atlieka harmoninius vertikalius svyravimus, kurių amplitudė 0,25 m. Kokiam mažiausiam svyravimų periodui esant krovinys dar nepradės „šokinėti“ lėkštelėje?

Duota: svyravimų amplitudė $x_m = 0{,}25$ m.

Rasti: svyravimo periodą T.

Sprendimas

Svyravimo pagreitis yra didžiausias kraštinėse svyruojančio kūno padėtyse. Tačiau krovinys gali pradėti „šokinėti“, t. y. atsiskirti nuo lėkštelės dugno, tik tada, kai lėkštelė pradės judėti žemyn, nes tik šiuo atveju jos pagreitis a irgi nukreiptas žemyn. Jei lėkštelės pagreitis a bus didesnis už laisvojo kritimo pagreitį g, lėkštutė tam tikrą laiką kris spėriau už krovinį. Krovinys atsiliks ir atsiskirs nuo lėkštelės dugno. Ribinis $a_m = g$. 9.1.1 pavyzdyje parodyta, kad $a_m = x_m\omega_0^2$. Tad

$x_m\omega_0^2 = g$; $4\pi^2 x_m/T^2 = g$; $T = 2\pi\sqrt{x_m/g} = 1{,}0$ s.

Ats. 1,0 s.

9.2.7 pavyzdys. Kosminis laivas skrieja labai toli nuo kitų visatos kūnų. Norėdami nustatyti pagreitį, kurį suteikia laivui varikliai, kosmonautai panaudojo 1,0 m ilgio matematinę svyruoklę. Ji per minutę susvyravo 18 kartų. Koks laivo pagreitis?

Duota: svyruoklės ilgis $l = 1{,}0$ m; svyravimų trukmė t = 1 min = 60 s; svyravimų skaičius N = 18.

Rasti: pagreitį a.

Sprendimas

(9.5) sąryšiai rodo, kad ant Žemės matematinės svyruoklės periodas priklauso nuo laisvojo kritimo pagreičio g. Be to, jei svyruoklė juda su pagreičiu a, pastarąjį reikia vektoriškai prisumuoti prie g. Mūsų atveju sąveikos su kitais visatos kūnais nėra, nes jie yra labai nutolę. Taigi laivas turi tik savo variklių suteiktą pagreitį a. Todėl

$T = 2\pi\sqrt{l/a}$; $a = 4\pi^2 l/T^2 = 4\pi^2 lN^2/t^2 = 3{,}5$ m/s^2.

Ats. 3,5 m/s^2.

9.2.8 pavyzdys. Rutuliukas, pakabintas ant 1,6 m ilgio siūlo, svyruoja šalia sienos, į kurią ties siūlo viduriu įkalta vinis. Raskime svyruoklės svyravimo periodą.

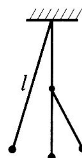
Duota: svyruoklės ilgis $l = 1{,}6$ m; laisvojo kritimo pagreitis g = 10 m/s^2.

Rasti: svyravimo periodą T.

Sprendimas

Pažvelkime į paveikslą. Pusę periodo svyruoklė svyruos būdama ilgio l, o kitą pusę periodo – ilgio $l/2$. Pagal (9.5) formulę pusperiodžiai bus tokie: $T_1 = \pi\sqrt{l/g}$ ir $T_2 = \pi\sqrt{l/2g}$. Svyravimų periodas T bus lygus tų pusperiodžių sumai:

$T = T_1 + T_2 = \pi\sqrt{l/g} \cdot \left(1 + 1/\sqrt{2}\right) = 2{,}1$ s.



Ats. 2,1 s.

9.2.9 pavyzdys. Tikslus astronominis laikrodis su švytuokle buvo užkeltas į Vilniaus televizijos bokšto apžvalgos aikštelę, esančią 190 m aukštyje. Kiek dėl to per parą ėmė vėluoti laikrodis?

Duota: aukštis h = 190 m; laikas t = 1 p. = 86 400 s; Žemės spindulys R = 6400 km = $6{,}4 \cdot 10^6$ m.

Rasti: laiką Δt, kurį per parą ėmė vėluoti laikrodis.

Sprendimas

Iš (9.5) formulės aišku, kad matematinės svyruoklės svyravimų periodas priklauso nuo laisvojo kritimo pagreičio g dydžio. Pagreitis g yra didžiausias prie Žemės paviršiaus, o kylant aukštyn mažėja (2.4). Prie Žemės paviršiaus (h = 0) ir aukštyje h jis išreiškiamas formulėmis: $g = GM/R^2$ ir $g_h = GM/(R+h)^2$. Tad $g/g_h = (R+h)^2/R^2$. Kita vertus, iš svyravimų periodo formulės (9.5) aišku, kad $T_h/T = \sqrt{g/g_h}$. Iš tų dviejų sąryšių seka, kad

$T_h = T(R+h)/R$.

Taigi aukštyje h periodas bus didesnis ir per parą laikrodis atliks mažiau svyravimų, t. y. vėluos. Ant Žemės laikrodis atliks $N = t/T$ svyravimų, o aukštyje h – $N_h = t/T_h = tR/T(R+h)$ svyravimų. Per parą laikrodis atliks $\Delta N = N - N_h = th/T(R+h)$ svyravimų mažiau ir dėl to vėluos tiek sekundžių:

$\Delta t = T\Delta N = th/(R+h) = 2{,}6$ s.

Ats. 2,6 s.

9.2.10 pavyzdys. Svyruoklę sudaro 80 g masės teigiamu 120 nC krūviu įelektrintas rutuliukas, pakabintas ant 75 cm ilgio netampraus siūlo. Koks bus svyravimų periodas, svyruoklę įnešus į vienalytį vertikaliai žemyn nukreiptą elektrinį lauką, kurio stipris 10 MV/m? Kaip pasikeistų svyravimų periodas, jei išnyktų elektrinis laukas?

Duota: rutuliuko masė m = 80 g = 0,080 kg; siūlo ilgis l = 75 cm = 0,75 m; rutuliuko elektrinis krūvis q = 120 nC = $1{,}2 \cdot 10^{-7}$ C; elektrinio lauko stipris E = 10 MV/m = $1{,}0 \cdot 10^7$ V/m; laisvojo kritimo pagreitis g = 10 m/s^2.

Rasti: svyravimo periodą T ir jo pokytį ΔT, išnykstant elektriniam laukui.

Sprendimas

Remsimės matematinės svyruoklės periodo formule (9.5). Taip pat prisiminsime elektrinio lauko stiprio apibrėžimą $E = F/q$ (5.3).

Svyruoklės periodas $T = 2\pi\sqrt{l/g}$.

Įnešus svyruoklę į žemyn nukreiptą elektrinį lauką, atsiranda papildoma jėga qE, nukreipta ta pačia kryptimi, kaip ir sunkio jėga mg. Tad rutuliuką veiks didesnė jėga $F = mg + qE$,

suteikianti jam pagreitį $a = F/m = g + qE/m$. Todėl svyruoklės periodo išraiškoje reikia vietoj g įrašyti a. Tada periodas bus toks:

$T = 2\pi\sqrt{l/a} = 2\pi\sqrt{l/(g + qE/m)} = 1{,}09$ s.

Jei nebūtų elektrinio lauko, svyravimo periodas būtų $T_0 = 2\pi\sqrt{l/(g)}$. Tad

$\Delta T = T_0 - T = 2\pi\left(\sqrt{l/g} - \sqrt{l/(g + qE/m)}\right) = 0{,}63$ s.

Ats. 1,09 s. Padidės 0,63 s.

9.3. Mechaninių svyravimų energija. Rezonansas

9.3.1 pavyzdys. Spyruoklinės svyruoklės ciklinis dažnis 10 rad/s. Tam tikru momentu poslinkis yra 0,30 m, o greitis 4,0 m/s. Kokia yra svyravimo amplitudė?

Duota: svyruoklės ciklinis dažnis $\omega_0 = 10$ rad/s; momentinis poslinkis $x = 0{,}30$ m; momentinis greitis $v = 4{,}0$ m/s.

Rasti: svyravimo amplitudę x_m.

Sprendimas

Ieškodami amplitudės x_m, pasinaudosime energetiniais sąryšiais (9.7). Remiantis jais:

$kx_m^2/2 = kx^2/2 + mv^2/2$.

Nežinomą spyruoklės standumą išreikšime per ciklinį dažnį (9.4): $k = m\omega_0^2$. Įrašę jį į energetinį sąryšį ir suprastinę kai kuriuos dydžius, gauname:

$\omega_0^2 x_m^2 = \omega_0^2 x^2 + v^2$.

Iš pastarojo sąryšio išreiškiame amplitudę x_m:

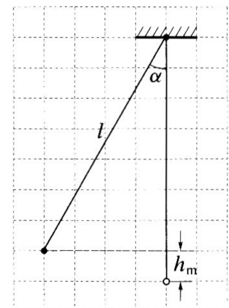
$x_m = \sqrt{(x^2 + v^2/\omega_0^2)} = 0{,}50$ m.

Ats. 0,50 m.

9.3.2 pavyzdys. Mažas 50 g masės rutuliukas, pakabintas ant 1,2 m ilgio siūlo, atlenkiamas nuo vertikalios krypties 7° kampu ir paleidžiamas svyruoti. Kokiose ribose kinta rutuliuko kinetinė energija ir greitis jam svyruojant?

Duota: rutuliuko masė $m = 50$ g $= 0{,}050$ kg; siūlo ilgis $l = 1{,}2$ m; atlenkimo kampas $\alpha = 7°$; laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Rasti: kinetinės energijos W_k ir greičio v kitimo ribas.



Sprendimas

Kaip parodyta paveikslėlyje, atlenktas rutuliukas pakyla maksimaliu aukščiu h_m, kurio reikšmė, remiantis trigonometriniais sąryšiais, yra tokia: $h_m = l(1 - \cos\alpha)$. Rutuliukas įgyja potencinės energijos, kurios maksimali reikšmė $W_{pm} = mgh_m = mgl(1 - \cos\alpha)$. Kaip sakėme, maksimali kinetinės energijos reikšmė yra lygi maksimaliai potencinės energijos reikšmei. Tad

$W_{km} = W_{pm} = mgl(1 - \cos\alpha) = 4{,}5 \cdot 10^{-3}$ J = 4,5 mJ.

Minimali kinetinės energijos reikšmė, be abejo, lygi nuliui. Rutuliuko kinetinė energija kinta ribose nuo 0 iki 4,5 mJ.

Iš kinetinės energijos formulės (3.8) randame, kad maksimalus rutuliuko greitis

$v_m = \sqrt{2W_{km}/m} = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} = 0{,}42$ m/s.

Vėlgi akivaizdu, kad minimalus rutuliuko greitis lygus nuliui. Tad jis kinta ribose nuo 0 iki 0,42 m/s.

Ats. (0–4,5) mJ; (0–0,42) m/s.

9.3.3 pavyzdys. Masės m matematinė svyruoklė, harmoningai svyruojanti amplitude x_m, turi energijos W. Raskime svyruoklės siūlo ilgį ir svyravimo dažnį. Ar pasikeis svyravimo energija, jeigu jo amplitudė dvigubai padidės, o dažnis perpus sumažės?

Duota: svyruoklės masė m; svyravimų amplitudė x_m; svyravimo energija W.

Rasti: svyruoklės siūlo ilgį l; svyravimų dažnį f; nustatyti ar pasikeis svyravimo energija, jeigu jo amplitudė dvigubai padidės, o dažnis perpus sumažės.

Sprendimas

9.1.1 pavyzdyje parodyta, kad harmoninio svyravimo greitis $v_m = x_m\omega_0$. Ši formulė tinka ir matematinei svyruoklei, nes ji svyruoja harmoningai. Tad, remiantis formulėmis (9.7) ir (9.3), $W = mv_m^2/2 = mx_m^2\omega_0^2/2 = 4\pi^2 mx_m^2 f^2/2$.

Kadangi $\omega_0^2 = g/l$ (9.5), tai:

$l = mgx_m^2/2W$, o $f = 1/2\pi x_m \cdot \sqrt{2W/m}$.

Gavome, kad svyravimo energija proporcinga amplitudės x_m ir dažnio f sandaugai. Todėl amplitudei dvigubai išaugus, o dažniui perpus sumažėjus, svyravimo energija nepasikeis.

Ats. $l = mgx_m^2/2W$; $f = 1/2\pi x_m \cdot \sqrt{2W/m}$; nepasikeis.

9.3.4 pavyzdys. Žmogus, eidamas 80 cm ilgio žingsniais, neša naščiais kibirus su vandeniu, kurių savojo svyravimo periodas lygus 1,6 s. Kokiu greičiu einant vanduo ypač smarkiai teliūskuosis?

Duota: žingsnio ilgis l = 80 cm = 0,80 m; kibiro savojo svyravimo periodas T = 1,6 s.

Rasti: žmogaus greitį v.

Sprendimas

Kiekvienas kibiras labiausiai įsisiūbuos, kai žmogaus žingsniavimo periodas $T_ž$ sutaps su kibiro savojo svyravimo periodu T. Koja perkeliama 2 kartus didesniu atstumu nei žingsnio ilgis. Todėl $T_ž = 2l/v$. Kadangi $T_ž = T$:

$v = 2l/T = 1{,}0$ m/s = 3,6 km/h.

Ats. 3,6 km/h.

9.3.5 pavyzdys. Išardyto geležinkelio sankasoje liko pabėgiams kloti iškasti grioveliai. Atstumas tarp jų lygus 50 cm. Sankasa stumiamas vaikiškas 10 kg masės vežimėlis, uždėtas ant 2 vienodų lingių. Kiekviena lingė, veikiama 1,0 kg krovinio, išlinksta 2,0 cm. Riedėdamas per griovelius, vežimėlis pradeda rezonuoti. Kokiu greičiu jis stumiamas?

Duota: atstumas tarp griovelių l = 50 cm = 0,50 m; vežimėlio masė m = 10 kg; lingių skaičius n = 2; krovinio masė m_l = 1,0 kg; lingės išlinkimas Δx = 2,0 cm = 0,020 m; laisvojo kritimo pagreitis g = 10 m/s^2.

Rasti: vežimėlio greitį v.

Sprendimas

Vežimėlis ims rezonuoti, kada važiavimo tarp dviejų griovelių laikas $t = l/v$ sutaps su vežimėlio savojo svyravimo periodu $T = 2\pi\sqrt{m/k}$. Kadangi $t = T$, $v = l/T = l/2\pi\sqrt{m/k}$. Nežinomą lingių standumo koeficientą rasime remdamiesi Huko dėsniu (2.8): $F_t = -k\Delta x$. Krovinio sunkį $m_1 g$ atsveria priešingos krypties tamprumo jėga. Tad $m_1 g = -F_t = k\Delta x$, ir vienos lingės standumas $k = m_1 g/\Delta x$. Reikia atsižvelgti į tai, kad lingių yra n. Suminis lingių standumas bus nk. Todėl

$v = l/2\pi\sqrt{m\Delta x/nm_1 g}$ = 0,80 m/s = 2,9 km/h.

Ats. 2,9 km/h.

9.4. Mechaninės bangos ir garsas

9.4.1 pavyzdys. Žmogus girdi garsą diapazone nuo 16 Hz iki 20 kHz. Tuo tarpu jo balso diapazonas yra nuo 80 Hz (žemiausias vyriškas balsas) iki 1,4 kHz (aukščiausias moteriškas balsas). Kiek kartų skiriasi žmogaus girdimo garso ir balso dažnių ir bangų ilgių diapazonai?

Duota: $f_{g1} = 16$ Hz ir $f_{g2} = 20$ kHz = $2{,}0\cdot10^4$ Hz – žemiausias ir aukščiausias žmogaus girdimi garso dažniai; $f_{b1} = 80$ Hz ir $f_{b2} = 1{,}4$ kHz = $1{,}4\cdot10^3$ Hz – žemiausias ir aukščiausias žmogaus balso dažniai.

Rasti: $\Delta f_g/\Delta f_b$ ir $\Delta\lambda_g/\Delta\lambda_b$ – žmogaus girdimo garso ir balso dažnių ir bangų ilgių diapazonų santykius.

Sprendimas

Žmogaus girdimo garso ir balso dažnių diapazonų santykis

$\Delta f_g/\Delta f_b = (f_{g2} - f_{g1})/(f_{b2} - f_{b1}) = 15.$

Žmogaus girdimo garso ir balso bangų ilgių diapazonų santykis

$\Delta\lambda_g/\Delta\lambda_b = (\lambda_{g2} - \lambda_{g1})/(\lambda_{b2} - \lambda_{b1}).$

Remdamiesi (9.8) sąryšiu, išreiškę bangų ilgius λ dažniais f, gauname:

$\Delta\lambda_g/\Delta\lambda_b = f_{b1}f_{b2}(f_{g2} - f_{g1})/f_{g1}f_{g2}(f_{b2} - f_{b1}) = 5{,}3.$

Ats. 15; 5,3.

9.4.2 pavyzdys. Laivelį sūpuoja bangos, sklindančios 2,5 m/s greičiu. Atstumas tarp artimiausių taškų, kurių fazės skiriasi $\pi/2$ rad, lygus 1,5 m. Koks tų bangų ilgis ir svyravimo periodas?

Duota: bangos sklidimo greitis $v = 2{,}5$ m/s; atstumas tarp bangos taškų $l = 1{,}5$ m; tų taškų fazių skirtumas $\Delta\varphi = \pi/2$ rad.

Rasti: bangos ilgį λ ir svyravimo periodą T.

Sprendimas

Bangos ilgį rasime naudodamiesi sąryšiu tarp taškų svyravimo fazių skirtumo $\Delta\varphi$ ir atstumo tarp tų taškų l: kuo toliau vienas nuo kito taškai, esantys ant to paties spindulio, einančio iš bangų šaltinio, tuo labiau skiriasi jų fazės. Taškų, nutolusių vienas nuo kito per bangos ilgį λ, svyravimo fazė skiriasi 2π rad. Todėl $\Delta\varphi$ ir l santykį galima užrašyti taip: $\Delta\varphi/l = 2\pi/\lambda$. Taigi

$\lambda = 2\pi l/\Delta\varphi = 6{,}0$ m.

Periodą T randame iš formulės (9.7):

$T = \lambda / v = 2\pi l / v\Delta\varphi = 2{,}4$ s.

Ats. 6,0 m; 2,4 s.

9.4.3 pavyzdys. Koks šulinio gylis, jei iš rankos paleisto akmens tekštelėjimo į vandenį garsas pasigirsta po 6,0 s nuo akmens paleidimo momento? Garso greitis ore 330 m/s.

Duota: t = 6,0 s – laikas, po kurio pasigirsta tekštelėjimo garsas; v = 330 m/s – garso greitis; g = 10 m/s^2 – laisvojo kritimo pagreitis.

Rasti: šulinio gylį h.

Sprendimas

Akmuo krinta tolygiai greitėdamas laiką t_1, o garsas pastoviu greičiu v atsklinda po laiko t_2. Akivaizdu, kad $t = t_1 + t_2$. $h = gt_1^2/2$ (nes nėra pradinio greičio); $t_1 = \sqrt{2h/g}$; $h = vt_2$; $t_2 = h/v$; $t = \sqrt{2h/g} + h/v$.

Pertvarkę gauname kvadratinę lygtį: $h^2 - 2(vt + v^2/g) + v^2t^2 = 0$.

Išsprendę šią lygtį ir įrašę skaitines vertes, gauname dvi h reikšmes: 12 870 m ir 165 m. Pirmasis sprendinys neturi fizikinės prasmės, nes iš tokio didžiulio gylio garsas atsklistų po 39 s. Taigi šulinio gylis h = 165 m.

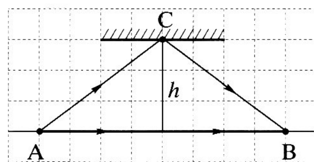
Ats. 165 m.

9.4.4 pavyzdys. Atliekant bandymą su garso interferencija, garso siųstuvas ir imtuvas yra 8,0 m atstumu vienas nuo kito. Į imtuvą patenka garsas tiek tiesiai atsklidęs iš siųstuvo, tiek ir atsispindėjęs nuo lubų, esančių 3,0 m aukštyje. Ar sustiprės, ar susilpnės garsas imtuve, jei garso dažnis 425 Hz, sklidimo greitis 340 m/s?

Duota: atstumas tarp garso siųstuvo ir imtuvo l = 8,0 m; lubų aukštis h = 3,0 m; garso dažnis f = 425 Hz; garso greitis v = 340 m/s.

Rasti: eigų skirtumo ir bangos ilgio santykį $\Delta d/\lambda$.

Sprendimas



Braižome bandymo schemą. Taške A yra bangų siųstuvas, o taške B – imtuvas. Garsas, sklindantis tiesiai iš siųstuvo į imtuvą, nueina kelią $l_1 = l$ = AB. Garsas, atsispindėjęs nuo lubų taške C, nueina kelią l_2 = AC + CB = 2AC. Pritaikę Pitagoro teoremą, randame: AC $= \sqrt{(l^2/4 + h^2)}$.

Tad eigų skirtumas $\Delta d = l_2 - l_1 = (2\sqrt{(l^2/4 + h^2)} - l)$.

Jei Δd lygus sveikajam bangų ilgių skaičiui (9.9), tai bangos imtuve sustiprins viena kitą, o jei nelyginiam pusbangių skaičiui (9.10), – susilpnins. Tai sužinome padalijię Δd iš bangos ilgio λ, kuris, pagal (9.7) sąryšį, yra $\lambda = v/f$:

$\Delta d/\lambda = f(2\sqrt{(l^2/4 + h^2)} - l)/v = 2{,}5$.

Taigi eigų skirtumas yra nelyginis pusbangių skaičius. Garsas imtuve susilpnėjo.

Ats. Susilpnėjo.

9.5. Užduotys

9.5.1. Materialusis taškas svyruoja 10 Hz dažniu. Apskaičiuokite svyravimų periodą, ciklinį dažnį bei svyravimų skaičių per minutę.

9.5.2. Materialiojo taško svyravimas aprašomas lygtimi $x = 0{,}06 \cos 10\pi t$ (m). Raskite svyravimo amplitudę, ciklinį dažnį, dažnį ir periodą. Kokia yra svyravimo fazė, praėjus 0,1 s nuo svyravimų pradžios? Kiek nukrypsta taškas nuo pusiausvyros padėties per laikotarpį $T/6$?

9.5.3. Kai fazė buvo $\pi/3$ rad, poslinkis buvo 1,0 cm. Apskaičiuokite svyravimo amplitudę ir poslinkį, kai fazė lygi $3\pi/4$ rad.

9.5.4. Materialiojo taško svyravimo amplitudė 1,2 mm, dažnis 2,0 kHz. Raskite taško greičio ir pagreičio maksimalias vertes. Kokį kelią nueis taškas per 0,50 s?

9.5.5. Kiek kartų pakis automobilio supimosi ant lingių dažnis, pakrovus krovinį, kurio masė prilygsta tuščio automobilio masei?

9.5.6. Prie dinamometro prikabinus krovinį, atsirado 4,0 Hz dažnio svyravimai. Kokiu atstumu liks nusileidusi dinamometro rodyklė, užgesus svyravimams?

9.5.7. Prie spyruoklės prikabinus kūną, ji pailgėjo 4,0 cm. Kokiu dažniu svyruos tas kūnas?

9.5.8. Spyruoklinėje svyruoklėje varinį rutuliuką pakeitė tokio pat skersmens aliumininiu rutuliuku. Kiek kartų dėl to pakito svyravimų periodas? Vario ir aliuminio tankiai atitinkamai yra $8{,}9 \cdot 10^3$ kg/m^3 ir $2{,}7 \cdot 10^3$ kg/m^3.

9.5.9. 0,50 kg masės kūno judėjimą aprašo lygtis $x = x_m \sin \omega_0 t$, kur $x_m = 5{,}0$ cm ir $\omega_0 = \pi$ rad/s. Raskite kūną veikiančią jėgą, praėjus šeštadaliui sekundės.

9.5.10. 300 g masės pasvaras kabo ant dviejų vienodo ilgio nuosekliai sujungtų spyruoklių, kurių standumai 2,0 N/m ir 3,0 N/m. Kam lygus svyravimo periodas? Koks jis pasidarys, jei tas spyruokles sujungsime lygiagrečiai? Spręsdami pasiremkite 2.2.7 pavyzdžiu.

9.5.11. Žemėje matematinė svyruoklė svyruoja 1,0 s periodu. Kokiu periodu ji svyruos Mėnulyje? Laisvojo kritimo pagreitis mėnulyje 1,62 m/s^2. Kaip reikia pakeisti svyruoklės ilgį, kad laikrodis su švytuokle eitų taip pat, kaip ir Žemėje?

9.5.12. Per tą patį laiką viena matematinė svyruoklė atlieka 50, o kita – 30 svyravimų. Raskite jų ilgius, žinodami, kad viena jų 32 cm trumpesnė už kitą.

9.5.13. Mokinys gavo užduotį nustatyti stačiakampio stalo paviršiaus plotą, panaudojant matematinę svyruoklę. Jis padarė dvi svyruokles, kurių ilgiai atitiko stalo ilgį ir plotį. Viena svyruoklė 10 kartų susvyravo per 16,5 s, kita – per 22,5 s. Kokį stalo paviršiaus plotą jis nustatė?

9.5.14. Nuo sferinės lėkštės krašto pradeda slysti mažų matmenų kūnas. Per kiek laiko jis pasieks lėkštės vidurį, jei lėkštės kreivumo spindulys 1,2 m?

9.5.15. Kiek per parą atsiliks laikrodis su švytuokle, perkėlus jį iš Žemės poliaus į pusiaują? Poliuje laikrodis ėjo teisingai. Laisvojo kritimo pagreičiai poliuje ir pusiaujyje atitinkamai yra 9,83 m/s^2 ir 9,78 m/s^2.

9.5.16. Svyruoklę sudaro rutuliukas, pakabintas ant 0,40 m ilgio siūlo. Tuo momentu, kada siūlas yra vertikalus, svyruojantis rutuliukas atsitrenkia į sieną ir tampriai nuo jos atšoka. Koks svyruoklės svyravimų dažnis? Smūgio trukmės nepaisykite.

9.5.17. Matematinės svyruoklės periodas 10 s, greičio svyravimo amplitudė 2,0 m/s. Pradiniu momentu svyruoklė praeina pusiausvyros padėtį. Parašykite svyruoklės svyravimų lygtį.

9.5.18. Raskite laiką, per kurį 1,0 m ilgio matematinė svyruoklė nueina atstumus: a) nuo kraštinės iki pusiausvyros padėties; b) pirmąją to kelio pusę; c) antrąją to kelio pusę.

9.5.19. Prie lifto kabinos lubų pritvirtinta 1,0 m ilgio matematinė svyruoklė. Kabina ima leistis žemyn. Greitėjimo ruože ji leidžiasi pagreičiu $a = g/2$. Po to ji leidžiasi pastoviu greičiu, o pabaigoje stabdoma taip pat pagreičiu $a = g/2$. Apskaičiuokite svyruoklės svyravimo periodus kiekviename kelio ruože.

9.5.20. Kiek kartų sumažės matematinės svyruoklės periodas, jei ji ims judėti gulsčia kryptimi pagreičiu $a = g$?

9.5.21. Trijų matematinių svyruoklių, kurių periodai T_1, T_2 ir T_3, siūlai surišti į vieną. Raskite naujos svyruoklės periodą.

9.5.22. 5 kg masės kūnas svyruoja 0,20 m amplitude. Pagreičio amplitudė 15 m/s^2. Apskaičiuokite svyravimo energiją.

9.5.23. Ant spyruoklės kabantis kūnas svyruoja stačiąja kryptimi 6,0 cm amplitude. 0,25 N jėga ištempia spyruoklę 1,0 cm. Kokia pilnutinė svyravimo energija?

9.5.24. Materialiojo taško harmoninių svyravimų amplitudė 2,0 cm, pilnutinė energija $3 \cdot 10^{-7}$ J. Kokiam nukrypimui nuo pusiausvyros padėties esant svyruojantį tašką veiks $2{,}25 \cdot 10^{-5}$ N jėga?

9.5.25. Spyruoklinės svyruoklės pilnutinė energija lygi 30 μJ. Svyruojantį kūną veikia maksimali 1,5 mN jėga. Svyravimų periodas 2,0 s. Parašykite svyravimų lygtį.

9.5.26. Koks yra svyruojančio kūno kinetinės ir potencinės energijų santykis laiko momentu $t = T/12$?

9.5.27. Kūnelis atlieka harmoninius 1,0 Hz dažnio svyravimus. Jo pilnutinė energija 60 μJ, maksimali veikianti jėga 3,0 mN. Raskite svyravimų amplitudę, spyruoklės standumą ir kūnelio masę.

9.5.28. Matematinę svyruoklę sudaro ant siūlo pakabintas 20 g masės rutuliukas. Jis svyruoja 0,50 Hz dažniu, nukrypdamas 10° nuo pusiausvyros padėties. Raskite svyruoklės svyravimo energiją.

9.5.29. Automobilis važiuoja nelygiu keliu. Atstumas tarp kelio duobių apytikriai 8 m. Automobilio laisvųjų svyravimų ant lingių periodas 1,2 s. Kokiu greičiu važiuojant automobilio svyravimai statmenoje plokštumoje bus didžiausi? Kokiems greičiams esant svyravimai sustiprės?

9.5.30. Vagone prie lubų ant 0,50 m ilgio siūlo pakabintas svyruoja pakabutis. Važiuojant vagono ratai trinksi į 12,5 m ilgio bėgių sandūras. Kokiam vagono greičiui esant pakabutis labiausiai įsisiūbuos?

9.5.31. Traukiniui važiuojant 40 km/h greičiu, dėl ratų smūgių į bėgių sandūras stipriai įsisiūbuoja vagonai. Vagono masė 70 t, jo lingių spyruoklės standumas 500 kN/m. Vagonas remiasi į 4 vienodas linges. Apskaičiuokite bėgio tarp sandūrų ilgį.

9.5.32. Vandenyne bangos ilgis siekia 300 m, o periodas – 13,5 s. Kokiu greičiu sklinda tos bangos?

9.5.33. Viršutinė dažnių, kuriuos priima vaiko ausis, riba – 22 kHz. Seno žmogaus ausiai ši riba – 10 kHz. Raskite bangų ilgius, atitinkančius šiuos dažnius. Garso greitis ore 330 m/s. Kodėl senas žmogus nebegirdi tokių aukštų dažnių, kokius girdėjo vaikystėje?

9.5.34. Moksleivis, stovintis ant ežero kranto, nustatė, kad bangos per 0,5 min 15 kartų atsimušė į krantą. Jis iš akies įvertino, kad atstumas tarp bangų keterų yra 5 m. Kokiu dažniu svyravo vandens dalelės ir kokiu greičiu sklido bangos?

9.5.35. Garso pojūtį žmogus išlaiko maždaug 0,1s. Kokiu mažiausiu atstumu turi stovėti žmogus nuo kliūties, kad atskirai girdėtų sukeltą garsą ir jo aidą? Garso greitis ore 340 m/s.

9.5.36. Žmogus ištarė žodį per 0,40 s. Po kiek laiko jis išgirs žodžio aidą, jei garsą atspindinti siena yra už 100 m? Garso greitis ore 340 m/s.

9.5.37. Garso bangų šaltinis virpa pagal dėsnį $x = (100 \sin 400\pi t)$ μm. Koks bangų ilgis? Kaip pasikeis bangos ilgis ir dažnis, bangai pereinant į vandenį? Bangų sklidimo ore greitis 340 m/s, vandenyje – 1,48 km/s.

9.5.38. Bangos, kurių virpesių dažnis 5,0 Hz, sklinda 2,5 m/s greičiu. Koks jų ilgis? Koks fazių skirtumas susidaro tarp dviejų taškų, esančių 1,0 m atstumu vienas nuo kito išilgai bangos sklidimo krypties?

9.5.39. Vieno spindulio taškų, nutolusių nuo virpesių šaltinio 12,0 m ir 14,7 m, fazių skirtumas $3\pi/2$ rad. Kokiu greičiu sklinda virpesiai ta aplinka, jei jų periodas 1,0 ms?

9.5.40. Stebėtojas, esantis 800 m atstumu nuo garso šaltinio, oru atsklidusį garsą išgirdo 1,8 s vėliau nei garsą, atsklidusį vandeniu. Koks garso greitis vandenyje, jei ore jo greitis 340 m/s?

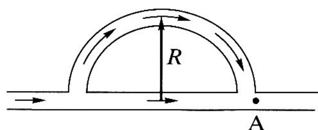
9.5.41. Šaunant stačiai aukštyn, kulka išlekia 350 m/s greičiu. Kokiame aukštyje šūvio garsas pasivys kulką? Garso greitis ore 340 m/s. Oro pasipriešinimo kulkos judėjimui nepaisykite.

9.5.42. Į vieną erdvės tašką atsklindančios koherentinės garso bangos sustiprina viena kitą. Koks bangų dažnis? Tų bangų šaltiniai nutolę nuo to erdvės taško atitinkamai 1,98 m ir 2,00 m. atitinkamai. Garso greitis ore 340 m/s.

9.5.43. Eksperimentiškai matuojant garso greitį ore buvo nustatyta, kad dviejų šaltinių skleidžiamos 440 Hz dažnio bangos imtuve pirmą kartą sustiprina viena kitą, kai eigų skirtumas 75 cm. Kokį garso greitį nustatė eksperimentuotojas?

9.5.44. Du garsiakalbiai prijungti prie vieno generatoriaus išėjimo gnybtų ir patalpinti po vandeniu. Jie skleidžia 1,5 kHz dažnio garsą. Koks garso greitis vandenyje, jei taške, nutolusiame nuo vieno garsiakalbio 7,5 m, o nuo kito 10 m, garsas yra maksimaliai susilpnėjęs?

9.5.45. Garso bangos sklinda traktu, kurio schema parodyta brėžinyje. Kaip dėl interferencijos pasikeis garso stipris taške A? Lanko spindulys 20 cm. Bangos dažnis 2,0 kHz, sklidimo greitis 300 m/s.



9.5.46. Ultragarso generatorius, veikiantis 120 kHz dažniu, siunčia 2,0 ms trukmės impulsus. Kiek ultragarso bangų yra viename impulse?

9.5.47. Ultragarsinis echolotas dirba 80 kHz dažniu. Koks yra ultragarso bangos ilgis? Koks vandenyno gylis, jei toje vietoje ultragarso impulsas grįžo po 4,0 s? Ultragarso greitis vandenyje 1450 m/s.

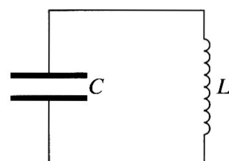
9.5.48. Ultragarsas naudojamas skysčių arba dujų srautų greičiui matuoti. Koks yra srauto greitis, jei 100 m atstumą tarp vibratorių ultrgarsas viena kryptimi praeina per 0,50 s, o kita – per 1,0 s? Kodėl matavimo rezultatas nepriklauso nuo skysčio (ar dujų) rūšies?

9.5.49. Skersai supamo jūrų laivo laisvųjų svyravimų periodas yra 12 s. Jūros bangų ilgis yra 90 m. Kokiu greičiu sklindant bangoms laivo svyravimai joms rezonuotų?

10. Elektromagnetiniai virpesiai ir bangos

Elektromagnetiniai virpesiai. Taip yra vadinami vienalaikiai tarpusavyje susijusių elektrinio ir magnetinio laukų svyravimai.

Paprasčiausia sistema, kurioje gali vykti laisvieji elektromagnetiniai virpesiai, yra *virpesių kontūras*, sudarytas iš talpos C kondensatoriaus ir prie jo prijungtos induktyvumo L ritės (10.1 pav.). Vykstant elektromagnetiniams virpesiams, periodiškai kinta elektros krūvis q, įtampa u ir srovės stipris i (įtampos ir srovės stiprio momentines vertes priimta žymėti mažosiomis raidėmis u ir i). Nors 9 skyriuje aptarti mechaniniai svyravimai ir elektromagnetiniai virpesiai yra visiškai skirtingos fizikinės prigimties reiškiniai, vis dėlto jie turi labai daug bendro. Ir vieni, ir kiti apibūdinami tais pačiais dydžiais – periodu T, dažniu $f = 1/T$, cikliniu dažniu $\omega = 2\pi f$, faze $\varphi = \omega t$, krūvio, įtampos ir srovės stiprio svyravimų amplitudėmis q_{m}, U_{m} ir I_{m}.



10.1 pav.

Kaip ir mechaniniai svyravimai, harmoniniai elektromagnetiniai virpesiai aprašomi sinuso arba kosinuso funkcijomis. Krūvio q, įtampos u ir srovės stiprio i virpesiai aprašomi tokiomis lygtimis:

$$q = q_{\mathrm{m}} \cos \omega t; \; u = U_{\mathrm{m}} \cos \omega t; \; i = I_{\mathrm{m}} \sin \omega t. \tag{10.1}$$

Kaip ir mechaninių svyravimų atveju, į elektromagnetinius virpesius yra įtrauktos dvi, svyravimo metu viena kita virstančios, energijos rūšys. Virpesių metu įelektrinto kondensatoriaus elektrinio lauko energija $W_{\mathrm{C}} = q^2/2C = Cu^2/2$ (5.12) virsta ritės magnetinio lauko energija $W_{\mathrm{L}} = Li^2/2$ (8.5). Maksimali kondensatoriaus $W_{\mathrm{Cm}} = q_{\mathrm{m}}^2/2C = CU_{\mathrm{m}}^2/2$ ir maksimali ritės magnetinio lauko $W_{\mathrm{Lm}} = LI_{\mathrm{m}}^2/2$ energijos visada lygios viena kitai: $W_{\mathrm{Cm}} = W_{\mathrm{Lm}}$. Bet kuriuo laiko momentu virpesių W_{C} ir W_{L} energijų suma yra lygi W_{Cm} arba W_{Lm}. Tai susisteminta (10.2) formulėse:

$$\begin{aligned} &W_{\mathrm{Cm}} = q_{\mathrm{m}}^2/2C = CU_{\mathrm{m}}^2/2; \; W_{\mathrm{Lm}} = LI_{\mathrm{m}}^2/2; \\ &W_{\mathrm{Cm}} = W_{\mathrm{Lm}} = q^2/2C + Li^2/2 = Cu^2/2 + Li^2/2. \end{aligned} \tag{10.2}$$

Tačiau taip esti tik tuo atveju, jei nėra energijos nuostolių, jei virpesių metu *elektromagnetinio lauko energija* (suminė elektrinio ir magnetinio laukų energija) išsilaiko, nevirsta šiluma. Realiame virpesių kontūre tokie nuostoliai visada yra, nes ritė ir kontūro laidai turi varžą R. Dėl jos elektromagnetinio lauko energija laipsniškai virsta laidų vidine energija, W_{Cm} ir W_{Lm} vertės neatsikartoja, mažėja virpesių amplitudė, virpesiai gęsta. Mes nagrinėsime tik *idealųjį kontūrą*, t. y. tokį kontūrą, kuris neturi varžos ($R = 0$). Tada galioja visi aukščiau užrašyti sąryšiai (10.2).

Idealaus kontūro laisvųjų elektromagnetinių virpesių periodą T, ciklinį dažnį ω bei dažnį f nusako formulės:

$$T = 2\pi\sqrt{LC};\ \omega_0 = 1/\sqrt{LC};\ f = 1/2\pi\sqrt{LC}; \qquad (10.3)$$

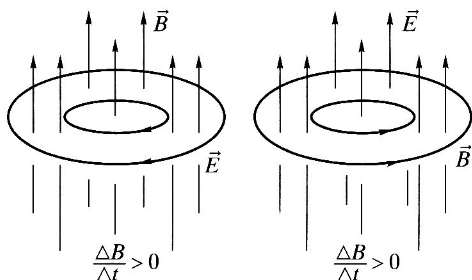
čia ω_0 – kontūro savųjų virpesių dažnis.

Virpesių periodo formulė $T = 2\pi\sqrt{LC}$ yra vadinama *Tomsono formule*, pagerbiant anglų fiziką V. Tomsoną (Kelviną), kuris pirmasis išvedė tą formulę.

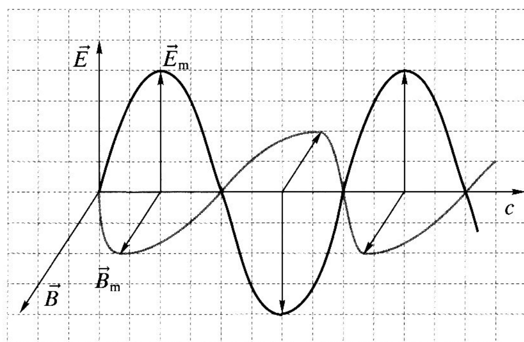
Panašiai kaip mechaninių svyravimų rezonansas, elektromagnetinių virpesių atveju stebimas elektrinis rezonansas – labai žymus virpesių amplitudės padidėjimas, kai į virpesių kontūrą įjungto kintamosios srovės šaltinio dažnis ω sutampa su svyruojančios sistemos savuoju dažniu ω_0. Todėl dažnai virpesių kontūro savasis dažnis yra vadinamas *kontūro rezonansiniu dažniu.*

Elektrinis rezonansas parankus radijo ryšiui. Radijo bangos, atsklindančios iš įvairiausių radijo stočių, imtuvo antenoje ir jos virpesių kontūre sužadina įvairių dažnių virpesius, nes kiekviena stotis dirba savo dažniu. Tačiau dėl elektrinio rezonanso antenos virpesių kontūre sustiprėja tik tos stoties virpesiai, kurios dažniui suderintas kontūras. Taigi iš visų virpesių, sužadintų antenoje, kontūras išskiria tik vienos stoties signalus. Elektrinis rezonansas plačiau nagrinėjamas kitame skyriuje.

Elektromagnetinės bangos. D. Maksvelio sukurta elektromagnetinio lauko teorija pagrįsta dviem teiginiais: 1) kintant magnetiniam laukui, apie jį susidaro sūkurinis elektrinis laukas ir 2) kintant elektriniam laukui, apie jį susidaro sūkurinis magnetinis laukas (10.2 pav.). Iš šių teiginių peršasi išvada, kad turi egzistuoti *elektromagnetinis laukas* – neatskiriamai susiję kintamieji elektrinis ir magnetinis laukai. Jie yra vienas kitam statmeni ir sklinda erdvėje baigtiniu greičiu. Kintamojo elektromagnetinio lauko sklidimas erdvėje vadinamas *elektromagnetine banga.* Jos elektrinio lauko stiprio E ir magnetinio lauko indukcijos B vektoriai statmeni ir bangos sklidimo greičiui, kuris vakuume yra $c = 3\cdot10^8$ m/s (10.3 pav.). Taigi elektromagnetinė banga yra *skersinė banga.*



10.2 pav.



10.3 pav.

Elektromagnetines bangas skleidžia virpantys krūviai. Virpantis krūvis kuria kintantį elektrinį lauką, kuris virpa tuo pačiu dažniu, kokiu virpa krūvis. Kintantis elektrinis laukas žadina kintantį magnetinį lauką, o šis jau toliau nuo krūvio sukuria kintantį elektrinį lauką ir t. t.

Elektromagnetinės bangos ilgį vakuume λ, sklidimo greitį c, virpesių periodą T ir dažnį f sieja tokie pat sąryšiai, kaip ir mechanines bangas (9.8):

$$\lambda = cT = c/f. \qquad (10.4)$$

Pereinant elektromagnetinei bangai iš vienos aplinkos į kitą, dažnis nesikeičia, bet pasikeičia bangos ilgis, nes pakinta bangos sklidimo greitis. Didžiausias elektromagnetinių bangų greitis yra vakuume ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s), tada ir bangos ilgis didžiausias. Įvairiose terpėse bangos sklinda lėčiau ($v < c$), atitinkamai sumažėja ir bangos ilgis. Paprastai nurodomas bangos ilgis vakuume. Ore elektromagnetinių bangų greitis praktiškai nesiskiria nuo greičio vakuume. Spręsdami uždavinius laikysime, kad šių bangų greitis ore yra c.

Metodiniai nurodymai

1. Elektromagnetinių virpesių atveju neturėtų kilti painiavos dėl to, kokią taikyti harmoninę funkciją (sinuso sr kosinuso). Tam, kad atsirastų virpesiai, kondensatorių reikia įelektrinti. Tad pradiniu laiko momentu kondensatoriaus krūvis turi maksimalią vertę. Todėl logiška krūvio virpesiams taikyti kosinuso funkciją. Automatiškai ir įtampos svyravimams taikytina kosinuso funkcija, nes didžiausią kondensatoriaus krūvį atitinka ir didžiausia jo elektrodų įtampa. Kosinusinė krūvio kitimo funkcija nulemia srovės stiprio virpesių sinusinį vyksmą – pradiniu laiko momentu, kai kondensatoriaus krūvis yra didžiausias, srovės stipris lygus nuliui.
2. Priminsime, kad ciklinis, arba kampinis, dažnis ω matuojamas rad/s. Tačiau skaičiuojant dimensijas reikia rašyti ω dydžio vienetą atvirkštine sekunde (s^{-1}).
3. Priminsime, kad elektromagnetinei bangai pereinant iš vienos terpės į kitą, kaip ir mechaninių bangų atveju, bangos dažnis nekinta. Skirtingi bangų greičiai įvairiose terpėse sąlygoja įvairiausius bangų ilgius.
4. Pakartokite iš matematikos kurso trigonometrines funkcijas ir jų sąsajas, sinuso ir kosinuso grafikus, reiškinius su kvadratinėmis šaknimis, mechaninę išvestinės prasmę, trigonometrinių funkcijų išvestines.
5. Visada įvertinkite gauto rezultato realumą.

UŽDAVINIŲ SPRENDIMO PAVYZDŽIAI IR UŽDUOTYS

10.1. Elektromagnetinių virpesių kontūras

10.1.1 pavyzdys. Virpesių kontūro, kurio talpa 2,0 nF, krūvis kinta pagal lygtį $q = 2{,}0 \cdot 10^{-9} \cos 2 \cdot 10^5 \pi t$ (visi dydžiai išreikšti SI vienetais). Užrašykime įtampos ir srovės stiprio kitimo lygtis, raskime krūvio, įtampos ir srovės stiprio virpesių maksimalias vertes. Taip pat apskaičiuokime šių dydžių momentines vertes, praėjus 1/12 periodo nuo virpesių pradžios.

Duota: kontūro talpa $C = 2{,}0$ nF $= 2{,}0 \cdot 10^{-9}$ F; krūvio kitimo lygtis $q = 2{,}0 \cdot 10^{-9} \cos 2 \cdot 10^5 \pi t$ (C); laikas nuo virpesių pradžios $t = T/12$.

Rasti: įtampos ir srovės stiprio kitimo lygtis $u = u(t)$ ir $i = i(t)$; krūvio, įtampos ir srovės stiprio virpesių maksimalias vertes q_m, U_m ir I_m; krūvio, įtampos ir srovės stiprio momentines vertes q, u ir i.

Sprendimas

Pagal kondensatoriaus talpos apibrėžimą (5.10):

$u = q/C = 1{,}0 \cos 2{\cdot}10^5 \pi t$ (V).

Srovės stipris yra lygus krūvio išvestinei laiko atžvilgiu:

$i = (q_m \cos \omega t)' = -q_m \omega \sin \omega t = -I_m \sin \omega t = -1{,}3{\cdot}10^{-3} \sin 2{\cdot}10^5 \pi t$ (A) $= -1{,}3 \sin 2{\cdot}10^5 \pi t$ (mA).

Skaičiai prie sinuso ar kosinuso funkciją yra ne kas kita, kaip atitinkamo dydžio svyravimo maksimalios vertės arba amplitudės. Todėl krūvio, įtampos ir srovės stiprio svyravimo maksimalios vertės yra tokios:

$q_m = 2,0{\cdot}10^{-9}$ C = 2,0 nC; $U_m = 1{,}0$ V; $I_m = 1{,}3{\cdot}10^{-3}$ A = 1,3 mA.

Pažvelgę į krūvio kitimo lygtį matome, kad $\omega = 2{\cdot}10^5\pi$ rad/s. Tad periodas $T = 2\pi/\omega = 1{,}0{\cdot}10^{-5}$ s. Todėl laikas nuo svyravimų pradžios $t = T/12 = 10^{-5}/12$ s. Įrašę į atitinkamas lygtis šią laiko t reikšmę, gausime momentines krūvio, įtampos ir srovės stiprio vertes:

$q = 2{,}0{\cdot}10^{-9} \cos \pi/6 = 1{,}7{\cdot}10^{-9}$ C = 1,7 nC;

$u = 1{,}0 \cos \pi/6 = 0{,}87$ V;

$i = -1{,}3{\cdot}10^{-3} \sin \pi/6 = 0{,}63{\cdot}10^{-3}$ A = –0,63 mA.

Ats. $u = 1{,}0 \cos 2{\cdot}10^5 \pi t$ (V); $i = -1{,}3 \sin 2{\cdot}10^5 \pi t$ (mA);
2,0 nC; 1,0 V; 1,3 mA; 1,7 nC; 0,87 V; –0,63 mA.

10.1.2 pavyzdys. Grafikas vaizduoja krūvio kitimą kontūre, į kurį įjungtas 2,0 nF talpos kondensatorius. Užrašykime krūvio kitimo lygtį. Taip pat gaukime įtampos ir srovės stiprio kitimo lygtis. Kokios krūvio, įtampos ir srovės stiprio amplitudinės vertės?

Duota: krūvio kitimo grafikas; kondensatoriaus talpa $C = 2{,}0$ nF = $2{,}0{\cdot}10^{-9}$ F.

Rasti: krūvio q, įtampos u ir srovės stiprio i kitimo lygtis bei šių dydžių amplitudines vertes q_m, U_m ir I_m.

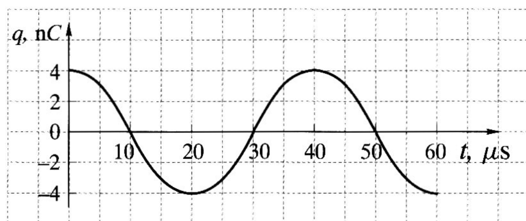
Sprendimas

Iš grafiko aišku, kad krūvio virpesių amplitudė

$q_m = 4{,}0$ nC = $4{,}0{\cdot}10^{-9}$ C.

Taip pat grafike matyti, kad krūvis virpa pagal kosinuso dėsnį periodu $T = 40$ μs = $4{,}0{\cdot}10^{-5}$ s. Tad virpesių ciklinis dažnis

$\omega = 2\pi/T = 5{,}0{\cdot}10^4\pi$ rad/s.



Taigi galima parašyti, kad krūvis virpa pagal dėsnį $q = q_m \cos \omega t$. Įrašę skaitines vertes gauname:

$q = 4{,}0{\cdot}10^{-9} \cos 5{,}0{\cdot}10^4 \pi t$ (C).

Toliau uždavinys sprendžiamas iš esmės taip pat kaip 10.1.1 pavyzdyje.

$u = q/C = q_m/C \cdot \cos \omega t = U_m \cos \omega t = 2{,}0 \cos 5{,}0{\cdot}10^4 \pi t$ (V).

$i = -q_m \omega \sin \omega t = -I_m \sin \omega t = -6{,}3{\cdot}10^{-4} \sin 5{,}0{\cdot}10^4 \pi t$ (A).

$U_m = 2{,}0$ V; $I_m = 6{,}3{\cdot}10^{-4}$ A=0,63 mA.

Ats. $q = 4{,}0{\cdot}10^{-9} \cos 5{,}0{\cdot}10^4 \pi t$ (C); $u = 2{,}0 \cos 5{,}0{\cdot}10^4 \pi t$ (V);
$i = -6{,}3{\cdot}10^{-4} sin 5{,}0{\cdot}10^4 \pi t$ (A); 4,0 nC; 2,0 V; 0,63 mA.

10.1.3 pavyzdys. Srovės stiprio virpesiai kontūre, kurio kondensatoriaus talpa 20 nF, aprašomi lygtimi $i = 4{,}0 \cdot 10^{-3} \sin 10^5 \pi t$ (A). Po kiek laiko nuo svyravimų pradžios momentinis srovės stipris yra $2{,}8 \cdot 10^{-3}$ A? Taip pat raskime kondensatoriaus įtampą tuo laiko momentu.

Duota: kontūro kondensatoriaus talpa $C = 20$ nF $= 2{,}0 \cdot 10^{-8}$ F; srovės stiprio virpesių lygtis $i = 4{,}0 \cdot 10^{-3} \sin 10^5 \pi t$ (A); momentinis srovės stipris $i = 2{,}8 \cdot 10^{-3}$ A.

Rasti: laiką nuo svyravimų pradžios t; kondensatoriaus momentinę įtampą u.

Sprendimas

Įrašę į srovės virpesių lygtį momentinę srovės vertę $i = 2{,}8 \cdot 10^{-3}$ A, rasime, po kiek laiko nuo svyravimų pradžios ši vertė buvo pasiekta:

$2{,}8 \cdot 10^{-3} = 4{,}0 \cdot 10^{-3} \sin 10^5 \pi t$; $\sin 10^5 \pi t = 0{,}7$; $10^5 \pi t = \arcsin 0{,}7 = \pi/4$ ir

$t = 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ s $= 2{,}5$ μs.

Kondensatoriaus įtampa virpa pagal (10.1) lygtį $u = U_m \cos \omega t$. Tačiau kontūre, be šios įtampos, veikia ir saviindukcijos elektrovara ε_s, kintamosios srovės indukuojama ritėje. Kiekvienu laiko momentu kondensatoriaus įtampos u ir saviindukcijos elektrovaros ε_s suma turi būti lygi nuliui:

$u + \varepsilon_s = 0$ arba $u = -\varepsilon_s$.

Jei taip nebūtų, grandine turėtų tekėti neapibrėžtai stipri srovė, nes mūsų nagrinėjamas kontūras yra idealus, jo varža yra lygi nuliui. Remiantis Omo dėsniu grandinės daliai (6.2), $i = (u + \varepsilon_s)/R$, esant pačiai mažiausia suminei įtampai (jei nors šiek tiek u viršytų ε_s, arba atvirkščiai) srovės stipris turėtų būti be galo didelis, nes grandinės varža $R = 0$.

Saviindukcijos elektrovara randama iš sąryšio $\varepsilon_s = -L\Delta i/\Delta t$ (8.3). Kitaip $\varepsilon_s = -Li'$, nes $\Delta i/\Delta t$ yra ne kas kita, kaip srovės stiprio kitimo sparta, t. y. išvestinė laiko atžvilgiu. Todėl remdamiesi tuo, kad $i = I_m \sin \omega t$, galime rašyti:

$\varepsilon_s = -Li' = -L(I_m \sin \omega t)' = -\omega L I_m \cos \omega t$.

$u = -\varepsilon_s$; $U_m \cos \omega t = \omega L I_m \cos \omega t$ ir $U_m = \omega L I_m$.

Iš srovės stiprio virpesių lygties randame $I_m = 4{,}0 \cdot 10^{-3}$ A, $\omega = 10^5 \pi$ rad/s ir $T = 2\pi/\omega = 2{,}0 \cdot 10^{-5}$ s.

Nežinomą kontūro induktyvumą L randame pagal formulę $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ (10.3): $L = 1/\omega_0^2 C$.

Dabar jau galime apskaičiuoti kondensatoriaus momentinę įtampą u:

$u = -\omega L I_m \cos \omega t = -I_m/\omega C \cdot \cos \omega t = -0{,}64 \cos \pi/4 = 0{,}45$ V.

Ats. 2,5 μs; 0,45 V.

10.1.4 pavyzdys. Virpesių kontūrą sudaro ritelė ir 400 pF talpos kondensatorius. Ritelėje yra 100 vijų, jos skerspjūvio plotas 1,0 cm^2. Tekant ritele 8,0 mA stiprio srovei, joje susikuria 20 μT indukcijos magnetinis laukas. Koks kontūro virpesių dažnis?

Duota: kondensatoriaus talpa $C = 400$ pF $= 4{,}0 \cdot 10^{-10}$ F; vijų skaičius ritelėje $N = 100$; ritelės skerspjūvio plotas $S = 1{,}0$ cm^2 $= 1{,}0 \cdot 10^{-4}$ m^2; srovės stipris ritelėje $i = 8{,}0$ mA $= 8{,}0 \cdot 10^{-3}$ A; magnetinio lauko indukcija $B = 20$ μT $= 2{,}0 \cdot 10^{-5}$ T.

Rasti: kontūro virpesių dažnį f.

Sprendimas

Kontūro virpesių dažnis nusakomas formule (10.3). Tačiau sąlygoje nenurodytas ritės induktyvumas. Užtat pasakyta, kad i = 8,0 mA stiprio srovė sukuria magnetinį lauką, kurio indukcija B = 20 μT. Be to, nurodytas ritės skerspjūvio plotas S ir vijų skaičius joje N. To pakanka ritės induktyvumui L nustatyti. Tačiau teks prisiminti, kad magnetinis srautas, kuriamas rite tekančios srovės, išreiškiamas formule $\Phi = Li$ (8.4). Kita vertus, pagal formulę (8.1) srautas ritėje, turinčioje N vijų, gali būti užrašytas taip: $\Phi = NBS$; čia S – ritės skerspjūvio plotas. Sulyginę dvi Φ išraiškas, randame ritės induktyvumą: $L = NBS/i$. Virpesių dažnis

$f = 1/2\pi\sqrt{LC} = 1/2\pi\sqrt{NBSC/i} = 1{,}6\cdot10^6$ Hz = 1,6 MHz.

Ats. 1,6 MHz.

10.1.5 pavyzdys. Kaip pasikeis virpesių kontūro savųjų virpesių dažnis, kondensatoriuje parafinuotą popierių pakeitus du kartus plonesniu žėručiu? Parafinuoto popieriaus ir žėručio santykinės dielektrinės skvarbos yra 2,1 ir 6,0.

Duota: parafinuoto popieriaus ir žėručio storių santykis $d_1/d_2 = 2$; parafinuoto popieriaus ir žėručio santykinės dielektrinės skvarbos $\varepsilon_1 = 2{,}1$ ir $\varepsilon_2 = 6{,}0$.

Rasti: virpesių kontūro savųjų virpesių dažnių santykį f_1/f_2.

Sprendimas

Virpesių kontūro savųjų virpesių dažnis priklauso nuo kondensatoriaus talpos (10.3). Savo ruožtu kondensatoriaus talpa priklauso nuo erdvę tarp jo elektrodų užpildančios medžiagos santykinės dielektrinės skvarbos ε bei atstumo tarp plokščių d (5.11). Todėl

$f_1 = 1/2\pi\sqrt{LC_1}$; $f_2 = 1/2\pi\sqrt{LC_2}$ ir $f_1/f_2 = \sqrt{C_2/C_1}$.

$C_1 = \varepsilon_0\varepsilon_1 S/d_1$; $C_2 = \varepsilon_0\varepsilon_2 S/d_2$; ir $C_2/C_1 = \varepsilon_2 d_1/\varepsilon_1 d_2$.

Iš gautų sąryšių galime rašyti:

$f_1/f_2 = \sqrt{\varepsilon_2 d_1/\varepsilon_1 d_2} = 2{,}4$.

Ats. 2,4 karto sumažės.

10.1.6 pavyzdys. Du lygiagrečiai sujungti kondensatoriai, kurių talpos vienodos ir lygios 50 pF, buvo perjungti nuosekliai. Dėl to kontūro rezonansinis dažnis padidėjo 2,0 MHz. Koks kontūro induktyvumas?

Duota: kiekvieno iš dviejų kondensatorių talpa C = 50 pF = $5{,}0\cdot10^{-11}$ F; rezonansinio dažnio pokytis Δf = 2,0 MHz = $2{,}0\cdot10^6$ Hz;

Rasti: kontūro induktyvumą L.

Sprendimas

Pasiremsime virpesių dažnio formule (10.3) bei kondensatorių lygiagretaus ir nuoseklaus jungimo dėsningumais (5.13–5.15):

$$\Delta f = f_2 - f_1 = 1/2\pi\sqrt{LC_1C_2(C_1+C_2)} = -1/2\pi\sqrt{L(C_1+C_2)} =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{\sqrt{LC/2}} - \frac{1}{\sqrt{2LC}}\right) = 1/2\pi\sqrt{2LC}.$$

Iš to sąryšio galime rasti induktyvumą:

$L = 1/8\pi^2\Delta f^2 C = 6{,}25\cdot10^{-5}$ H = 62,5 μH.

Ats. 62,5 μH.

10.1.7 pavyzdys. Į virpesių kontūrą įjungti 4,0 μH induktyvumo ritė ir du 10 nF ir 15 nF talpos kondensatoriai. Nuosekliai ar lygiagrečiai sujungti kondensatoriai, jei kontūro virpesių savasis dažnis yra 0,50 MHz?

Duota: Ritės induktyvumas L = 4,0 μH = $4{,}0 \cdot 10^{-6}$ H; kondensatorių talpos C_1 = 10 nF = $1{,}0 \cdot 10^{-8}$ F; C_2 = 15 nF = $1{,}5 \cdot 10^{-8}$ F; kontūro virpesių savasis dažnis f = 0,50 MHz = $5{,}0 \cdot 10^5$ Hz.

Rasti: kondensatorių C_1 ir C_2 jungimo į bateriją būdą.

Sprendimas

Pagal virpesių dažnio formulę $f = 1/2\pi LC$ (10.3) apskaičiuosime kontūro talpą:

$C = 1/4\pi^2 f^2 L = 2{,}5 \cdot 10^{-8}$ F = 25 nF.

Palyginę kontūro talpą C su įjungtų kondensatorių talpomis C_1 ir C_2, nesunkiai įsitikiname, kad $C = C_1 + C_2$. Tai atitinka situaciją, kai kondensatoriai yra sujungti lygiagrečiai (5.3).

Ats. Lygiagrečiai.

10.1.8 pavyzdys. Dviejų virpesių kontūrų savieji dažniai yra 60 kHz ir 80 kHz. Abiejų kontūrų ričių induktyvumai yra vienodi. Koks yra savasis dažnis kontūro, kuriame nuosekliai sujungti abiejų kontūrų kondensatoriai, bet palikta tik viena ritė?

Duota: kontūrų savieji dažniai f_1 = 60 kHz = $6{,}0 \cdot 10^4$ Hz; f_2 = 80 kHz = $8{,}0 \cdot 10^4$ Hz; kontūrų induktyvumai $L_1 = L_2 = L$.

Rasti: naujo kontūro savąjį dažnį f.

Sprendimas

Remdamiesi virpesių dažnio formule (10.3) ir kondensatorių nuoseklaus jungimo formule (5.15), galime rašyti:

$f_1 = 1/2\pi\sqrt{LC_1}$; $f_2 = 1/2\pi\sqrt{LC_2}$; $f = 1/2\pi\sqrt{LC_1C_2/(C_1 + C_2)}$.

Iš f_1 ir f_2 sąryšių išreiškiame C_1 ir C_2 ir įrašome į f išraišką. Atlikę keletą matematinių veiksmų gauname:

$f = \sqrt{(f_1^2 + f_2^2)} = 100$ kHz.

Ats. 100 kHz.

10.2. Elektromagnetinių virpesių energija

10.2.1 pavyzdys. Virpesių kontūro, kurio kondensatoriaus talpa 200 pF, įtampa kinta pagal lygtį $u = 200 \cos 10^6 \pi t$ (visi dydžiai išreikšti SI vienetais). Užrašykime kondensatoriaus elektrinio lauko ir ritės magnetinio lauko energijų kitimo lygtis. Apskaičiuokime momentines šių energijų vertes, praėjus šeštadaliui periodo nuo svyravimų pradžios.

Duota: kondensatoriaus talpa C = 200 pF = $2{,}0 \cdot 10^{-10}$ F; įtampos kitimo lygtis $u = 200 \cos 10^6 \pi t$ (V); laikas t = T/6.

Rasti: kondensatoriais elektrinio lauko ir ritės magnetinio lauko energijų W_C ir W_L kitimo lygtis ir momentines šių energijų vertes, praėjus šeštadaliui periodo nuo svyravimų pradžios.

Sprendimas

Pasiremsime energetiniais sąryšiais (10.2).

$W_C = Cu^2/2 = CU_m^2/2 \cdot \cos^2 \omega t = 4{,}0 \cdot 10^{-6} \cos^2 10^6 \pi t$ (J) = $4{,}0 \cos^2 10^6 \pi t$ (μJ).

Kaip parodyta 10.1.1 pavyzdyje, srovės stipris kinta pagal lygtį $i = I_m \sin \omega t$. Tad ritės magnetinio lauko energija bus tokia:

$W_L = Li^2/2 = LI_m^2/2 \cdot \sin^2 \omega t$.

Nežinomą induktyvumo vertę galima eliminuoti, remiantis tuo, kad maksimali kondensatoriaus energija W_{Cm} yra lygi maksimaliai ritės magnetinio lauko energijai W_{Lm}. Tad $W_{Cm} = W_{Lm}$; $CU_m^2/2 = LI_m^2/2$. W_L lygtyje vietoj $LI_m^2/2$ galime įrašyti $CU_m^2/2$. Gausime:

$W_L = CU_m^2/2 \cdot \sin^2 \omega t = 4{,}0 \cdot 10^{-6} \sin^2 10^6 \pi t$ (J) $= 4{,}0 \cdot 10^{-6} \sin^2 10^6 \pi t$ (J) $= 4{,}0 \sin^2 10^6 \pi t$ (μJ).

Įtampos kitimo lygtis rodo, kad virpesių ciklinis dažnis $\omega = 10^6 \pi$ rad/s, tad periodas $T = 2\pi/\omega = 2{,}0 \cdot 10^{-6}$ s, o laikas nuo svyravimų pradžios $t = T/6 = 10^{-6}/3$ s. Įrašę į atitinkamas lygtis šią laiko t reikšmę, gausime momentines energijų vertes:

$W_C = 4{,}0 \cdot 10^{-6} \cos^2 \pi/3 = 1{,}0 \cdot 10^{-6}$ J = 1,0 μJ.

$W_L = 4{,}0 \cdot 10^{-6} \sin^2 \pi/3 = 3{,}0 \cdot 10^{-6}$ J = 3,0 μJ.

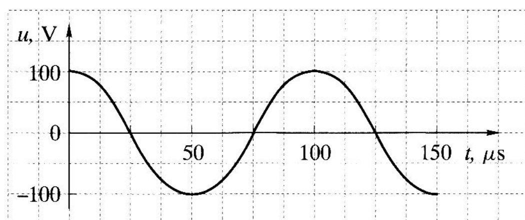
Ats. $W_C = 4{,}0 \cos^2 10^6 \pi t$ (μJ); $W_L = 4{,}0 \sin^2 10^6 \pi t$ (μJ); 1,0 μJ; 3,0 μJ.

10.2.2 pavyzdys. Diagramoje parodytas virpesių kontūro, kurio talpa 0,10 μF, įtampos priklausomybės nuo laiko grafikas. Nubraižykime kondensatoriaus elektrinio lauko ir ritės magnetinio lauko bei kontūro pilnutinės energijos priklausomybės nuo laiko lygtis ir nubrėžkime jų grafikus.

Duota: įtampos virpesių grafikas; kondensatoriaus talpa C = 0,10 μF = $1{,}0 \cdot 10^{-7}$ F.

Rasti: kondensatoriaus elektrinio lauko ir ritės magnetinio lauko bei kontūro pilnutinės energijos (W_C, W_L ir W) priklausomybės nuo laiko lygtis ir nubraižyti jų grafikus.

Sprendimas



Iš grafiko matyti, kad įtampa virpa pagal dėsnį $u = U_m \cos \omega t$. Be to, U_m = 100 V, o periodas T = 100 μs = $1{,}0 \cdot 10^{-4}$ s. Vadinasi, ciklinis dažnis $\omega = 2\pi/T = 2 \cdot 10^4 \pi$ rad/s. Tad įtampos virpesių lygtis būtų tokia:

$u = 100 \cos 2 \cdot 10^4 \pi t$ (V).

Remiantis (10.2) formule:

$W_C = Cu^2/2 = CU_m^2/2 \cdot \cos^2 \omega t$.

Remdamiesi iš matematikos kurso žinomu sąryšiu, kad $\cos^2 \alpha = (1 + \cos 2\alpha)/2$, gauname kondensatoriaus energijos svyravimo lygtį:

$W_C = CU_m^2/4 + CU_m^2/4 \cdot \cos 2\omega t = W_{Cm}/2 + W_{Cm}/2 \cdot \cos 2\omega t$.

Išplaukia dvi svarbios išvados:

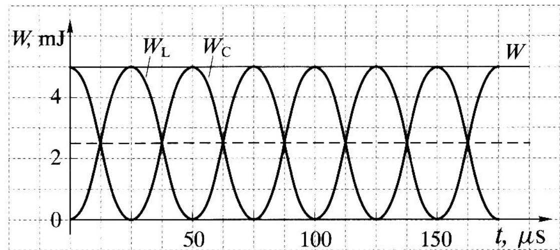
1) Kondensatoriaus energija virpa dvigubai didesniu dažniu už kontūro virpesių dažnį (10.3). Taip yra todėl, kad kondensatorius per vieną virpesių periodą spėja įsielektrinti du kartus.

2) Kondensatoriaus energija susideda iš dviejų narių: vieno ($W_{Cm}/2$), nepriklausančio nuo laiko, kito ($W_{Cm}/2 \cdot \cos 2\omega t$), harmoningai svyruojančio. Harmoninės (sinuso arba kosinuso) funkcijos vidurkis visada lygus nuliui. Bet vidutiniškai kondensatoriaus energija nebus lygi nuliui. Jos dydį nulems nuo laiko nepriklausantis narys: $W_{Cvid} = W_{Cm}/2$.

Galutinis W_C lygties pavidalas, įrašius C, U_m ir ω vertes, būtų toks:

$W_C = 5.0 \cdot 10^{-3} \cos^2 2 \cdot 10^4 \pi t = 2{,}5 \cdot 10^{-3} + 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cos 4 \cdot 10^4 \pi t$ (J).

Gautos virpesių lygties grafikas pavaizduotas diagramoje.



Srovės stipris kontūre kinta pagal dėsnį $i = I_m \sin \omega t$.

Ritės magnetinio lauko energija išreiškiama formule (10.2):

$W_L = Li^2/2 = LI_m^2/2 \cdot \sin^2 \omega t$.

Analogiškai samprotaudami gauname:

$W_L = W_{Lm}/2 + W_{Lm}/2 \cdot \sin 2\omega t$.

Visos išvados apie ritės magnetinio lauko energijos W_L virpesius, be abejo, analogiškos toms, kurios padarytos nagrinėjant kondensatoriaus elektrinio lauko energijos W_C virpesius.

Nežinomą kontūro ritės induktyvumą galima rasti naudojantis Tomsono formule (10.3), nes yra žinomo kontūro talpa ir virpesių periodas. Bet to nebūtina daryti. Galima pasinaudoti tuo, kad $W_{Lm} = W_{Cm} = CU_m^2/2$ (10.2):

$W_L = CU_m^2/2 \cdot \sin^2 \omega t = W_{Cm}/2 + W_{Cm}/2 \cdot \sin 2\omega t =$

$5{,}0 \cdot 10^{-3} \sin^2 2 \cdot 10^4 \pi t = 2{,}5 \cdot 10^{-3} + 2{,}5 \cdot 10^{-3} \sin 4 \cdot 10^4 \pi t$ (J).

W_L virpesių lygties grafikas pavaizduotas toje pačioje diagramoje, kaip ir W_C grafikas. Vienintelis skirtumas tarp W_C ir W_L grafikų – kad skiriasi virpesių fazės. Tais momentais, kada W_C pasiekia maksimalią vertę W_{Cm}, $W_L = 0$. Ir atvirkščiai, tais momentais, kai $W_L = W_{Lm}$, $W_C = 0$.

Kontūro pilnutinė energija W yra lygi W_C ir W_L sumai:

$W = CU_m^2/2 \cdot \cos^2 \omega t + CU_m^2/2 \cdot \sin^2 \omega t = CU_m^2/2 \cdot (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) = CU_m^2/2 = LI_m^2/2 = 5{,}0 \cdot 10^{-3}$ J.

Pilnutinė energija laikui bėgant nesikeičia. Ji ir negali keistis, nes kontūras idealus, neturi varžos, kurioje virpesių energija virstų šiluma. Grafike pilnutinę energiją vaizduoja gulsčia tiesė, nubrėžta ties maksimaliomis W_C ir W_L vertėmis. Gulsčia punktyrine tiese pavaizduotos vidutinės W_C ir W_L vertės. Be abejo, $W_{Cvid} = W_{Lvid}$.

Ats. $W_C = 5{,}0 \cdot 10^{-3} \cos^2 2 \cdot 10^4 \pi t = 2{,}5 \cdot 10^{-3} + 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cos 4 \cdot 10^4 \pi t$ (J); $W_L = 5{,}0 \cdot 10^{-3} \sin^2 2 \cdot 10^4 \pi t = 2{,}5 \cdot 10^{-3} + 2{,}5 \cdot 10^{-3} \sin 4 \cdot 10^4 \pi t$ (J); $W = 5{,}0 \cdot 10^{-3}$ J.

10.2.3 pavyzdys. Kontūrą sudaro 50 nF talpos kondensatorius ir 0,50 mH induktyvumo ritė. Kondensatorius įelektrintas 20 μC krūviu. Kokia kondensatoriaus įtampa ir koks srovės stipris laiko momentu $t = T/3$?

Duota: kontūro talpa C = 50 nF = $5{,}0 \cdot 10^{-8}$ F; kontūro induktyvumas L = 0,50 mH = $5{,}0 \cdot 10^{-4}$ H; kondensatoriaus krūvis $q_m = 20 \mu C = 2{,}0 \cdot 10^{-5}$ C; laiko momentas $t = T/3$.

Rasti: momentinę įtampą u ir momentinį srovės stiprį i.

Sprendimas

Remiantis energetiniais sąryšiais (10.2):

$W_{Cm} = W_{Lm}$; $q_m^2/2C = CU_m^2/2 = LI_m^2/2$; $I_m = q_m/\sqrt{LC}$; $U_m = q_m/C$;

Iš įtampos virpesių lygties $u = U_m \cos \omega t$ (10.1), atsižvelgdami į tai, kad $U_m = q_m/C$ ir $\omega = 2\pi/T$, gauname:

$u = q_m/C \cdot \cos 2\pi t/T = q_m/C \cdot \cos 2\pi/3 = -200$ V.

Analogiškai iš srovės stiprio virpesių lygties (10.1) gauname:
$i = I_m \sin \omega t = q_m/\sqrt{LC} \cdot \sin 2\pi t/T = q_m/\sqrt{LC} \cdot \sin 2\pi/3 = 3{,}5$ A.

Ats. −200 V; 3,5 A.

10.2.4 pavyzdys. Virpesių kontūro talpa 0,10 μF, induktyvumas 1,0 mH. Tuo momentu, kai įtampa 80 V, srovės stipris 0,60 A. Kokios įtampos ir srovės stiprio virpesių amplitudės? Koks bus srovės stipris, kai įtampa sumažės iki 60 V?

Duota: kontūro talpa C = 0,10 μF = $1{,}0 \cdot 10^{-7}$ F; kontūro induktyvumas L = 1,0 mH = $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ H; įtampa u_1= 80 V; srovės stipris i_1 = 0,60 A; įtampa u_2 = 60 V.

Rasti: įtampos ir srovės stiprio virpesių amplitudes U_m ir I_m; momentinį srovės stiprį i_2.

Sprendimas

Iš energetinių sąryšių (10.2):

$CU_m^2/2 = Cu_1^2/2 + Li_1^2/2;\ U_m = \sqrt{(u_1^2 + Li_1^2/C)} = 100$ V.

$LI_m^2/2 = Cu_1^2/2 + Li_1^2/2;\ I_m = \sqrt{(Cu_1^2/L + i_1^2)} = 1{,}0$ A.

$CU_m^2/2 = Cu_2^2/2 + Li_2^2/2;\ i_2 = \sqrt{C(U_m^2 - u_2^2)/L} = 0{,}8$ A.

Ats. 100 V; 1,0 A; 0,8 A.

10.2.5 pavyzdys. Virpesių kontūras sudarytas iš 10 nF talpos kondensatoriaus ir 10 mH induktyvumo ritės. Tuo momentu, kai įtampa kontūre yra 90 V, kondensatoriuje sukaupta 36% visos kontūro energijos. Kokia įtampos ir srovės stiprio virpesių amplitudė? Koks srovės stipris tuo momentu?

Duota: kondensatoriaus talpa C = 10 nF = $1{,}0 \cdot 10^{-8}$ F; ritės induktyvumas L = 10 mH = $1{,}0 \cdot 10^{-2}$ H; momentinė įtampa kontūre u = 90 V; momentinė kondensatoriaus energija $W_C = kW$; k = 0,36.

Rasti: įtampos ir srovės stiprio virpesių amplitudes U_m ir I_m; momentinį srovės stiprį i.

Sprendimas

Remsimės energetiniais sąryšiais (10.2):

$Cu^2/2 = kCU_m^2/2;\ U_m = u/\sqrt{k} = 150$ V.

$CU_m^2/2 = LI_m^2/2;\ I_m = U_m\sqrt{C/L} = u\sqrt{C/kL} = 0{,}15$ A.

Tuo momentu, kai kondensatoriui tenka dalis k pilnutinės energijos, likusioji dalis, be abejo, sukaupta ritėje. Tad jei $W_C = Cu^2/2 = kW$, tai $W_L = Li^2/2 = (1-k)W$ ir $W_L/W_C = Li^2/Cu^2 = (1-k)/k$. Iš paskutinio sąryšio išplaukia:

$i = u\sqrt{(1-k)C/kL} = 0{,}12$ A.

Ats. 150 V; 0,15 A; 0,12 A.

10.2.6 pavyzdys. Virpesių kontūras sudarytas iš 0,10 H induktyvumo ritės ir 2,0 μF talpos kondensatoriaus, įelektrinto iki 50 V įtampos. Kokia maksimali srovės stiprio virpesių vertė? Kokio stiprio srovė tekės tuo momentu, kai kondensatoriaus elektrinio lauko energija susilygins su ritės magnetinio lauko energija? Kokia tada bus kondensatoriaus įtampa? Kuriai periodo daliai praėjus nuo kondensatoriaus išsielektrinimo pradžios taip atsitiks?

Duota: ritės induktyvumas L = 0,10 H; kondensatoriaus talpa C = 2,0 μF = $2{,}0 \cdot 10^{-6}$ F; maksimali kondensatoriaus įtampa U_m = 50 V.

Rasti: srovės stiprio maksimalią vertę I_m; srovės stiprį i ir įtampą u tuo momentu, kada kondensatoriaus elektrinio lauko energija susilygins su ritės magnetinio lauko energija; periodo dalį t/T iki to momento, kada laukų energijos susilygins.

Sprendimas

Remdamiesi energetiniais sąryšiais (10.2), gauname:

$CU_m^2/2 = LI_m^2/2;\ I_m = U_m\sqrt{C/L} = 0{,}22$ A.

$W_C = W_L;\ CU_m^2/2 = W_C + W_L = 2W_L = Li^2;\ i = U_m\sqrt{C/2L} = 0{,}16$ A.

$CU_m^2/2 = W_C + W_L = 2W_C = Cu^2;\ u = U_m/\sqrt{2} = 35$ V.

$u = U_m \cos\omega t = U_m \cos 2\pi t/T;\ \cos 2\pi t/T = u/U_m = 1/\sqrt{2} = \sqrt{2}/2.$

$2\pi t/T = \arccos u/U_m;\ t/T = 1/2\pi \arccos\sqrt{2}/2 = 1/2\pi \cdot \pi/4 = 1/8.$

Ats. 0,22 A; 0,16 A; 35 V; 1/8.

10.2.7 pavyzdys. 9,0 nF talpos kondensatorius įelektrintas iki 60 V įtampos ir lygiagrečiai prijungtas prie tokios pat talpos neįelektrinto virpesių kontūro kondensatoriaus. Kontūro ritės induktyvumas 50 mH. Raskime kontūro srovės stiprio virpesių amplitudę.

Duota: kontūro kondensatorių talpos $C_1 = C_2 = C = 9{,}0$ nF $= 9{,}0\cdot10^{-9}$ F; vieno kondensatoriaus įtampa $U = 60$ V; ritės induktyvumas $L = 50$ mH $= 5{,}0\cdot10^{-2}$ H.

Rasti: srovės stiprio virpesių amplitudę I_m.

Sprendimas

Remsimės energetiniais sąryšiais (10.2). Taip pat prisiminsime kondensatorių lygiagretaus jungimo dėsningumus.

Sujungus lygiagrečiai, kondensatorių talpos sumuojasi. Tad kontūro talpa bus $C_k = 2C$. Įelektrintojo kondensatoriaus krūvis po lygiai pasiskirstys tarp abiejų kondensatorių. Pagal (5.10) formulę, perpus sumažėjus krūviui, perpus sumažės ir kondensatorių įtampa. Todėl baterijos įtampa (tai maksimali kontūro įtampa) $U_m = U/2$.

Kondensatorių įgyta elektrinio lauko energija $W_{Cm} = C_k U_m^2/2 = CU^2/4$. Ritės magnetinio lauko energija $W_{Lm} = LI_m^2/2$. Tad

$CU^2/4 = LI_m^2/2$ ir

$I_m = U\sqrt{C/2L} = 0{,}018$ A = 18 mA.

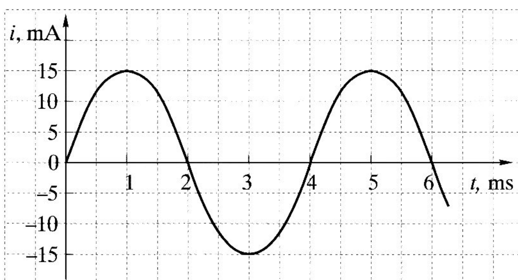
Ats. 18 mA.

10.2.8 pavyzdys.

Grafikas atspindi srovės stiprio virpesius. Užrašykime srovės stiprio, įtampos ir krūvio virpesių lygtis. Kontūro talpa 1,0 μF. Raskime tų dydžių amplitudines vertes.

Duota: srovės stiprio virpesių grafikas; kontūro talpa $C = 1{,}0\ \mu$F $= 1{,}0\cdot10^{-6}$ F.

Rasti: srovės stiprio i, įtampos u ir krūvio q virpesių lygtis; tų dydžių amplitudines vertes I_m, U_m ir q_m.



Sprendimas

Grafike matyti, kad srovės stipris kinta pagal sinuso dėsnį. Tad $i = I_m \sin\omega t$ (10.1). Grafike matome, kad $I_m = 15$ mA = 0,015 A, $T = 4$ ms = $4{,}0\cdot10^{-3}$ s. Apskaičiuojame: $\omega = 2\pi/T = 500\pi$ rad/s. Tad srovės stiprio virpesiai vyksta pagal lygtį

$i = 0{,}015 \sin 500\pi t$ (A) = $15 \sin 500\pi t$ (mA).

Norint nustatyti įtampos virpesių lygtį, galima pasiremti 10.1.3 pavyzdžiu, kur parodyta, kad tuo atveju, kai srovės stiprio virpesiai aprašomi sinuso funkcija, įtampa svyruoja pagal dėsnį $u = I_m/\omega C \cdot \cos\omega t$. Atsižvelgę į tai, kad $\omega = 2\pi/T$ ir įrašę atitinkamų dydžių skaitines vertes, randame:

$u = I_m T/2\pi C \cdot \cos\omega t = 9{,}6 \cos 500\pi t$ (V).

Krūvio virpesių lygtį gauname iš sąryšio $q = Cu$ (5.10):

$q = I_m T/2\pi \cdot \cos 500\pi t = 9{,}6\cdot10^{-6} \cos 500\pi t$ (C) = $9{,}6 \cos 500\pi t$ (μC);

Iš virpesių lygčių gauname:

$I_m = 15$ mA; $U_m = 9{,}6$ V; $q_m = 9{,}6$ μC.

Ats. $i = 15 \sin 500\pi t$ (mA); $u = 9{,}6 \cos 500\pi t$ (V);
$q = 9{,}6 \cos 500\pi t$ (μC); 15 mA; 9,6 V; 9,6 μC.

10.3. Elektromagnetinės bangos

10.3.1 pavyzdys. Virpesių kontūro kondensatoriaus talpa 2,0 nF. Kokiam bangos ilgiui rezonuoja kontūras, jei virpesių įtampos ir srovės stiprio amplitudžių santykis yra 50 V/A? Kokiam elektromagnetinių bangų ruožui priskirtina ši banga?

Duota: kondensatoriaus talpa C = 2,0 nF = $2{,}0\cdot10^{-9}$ F; įtampos ir srovės stiprio amplitudžių santykis $U_m/I_m = 50$ V/A; elektromagnetinių bangų greitis $c = 3{,}0\cdot10^8$ m/s.

Rasti: elektromagnetinės bangos ilgį λ; nustatyti, kokiam bangų ruožui priskirtina ta banga.

Sprendimas

Pasiremsime bangos ilgio λ ir periodo T (10.4) sąryšiu, virpesių periodo formule (10.3) bei energetiniais sąryšiais (10.2):

$\lambda = cT = 2\pi c\sqrt{LC}$.

Iš sąryšio $CU_m^2/2 = LI_m^2/2$ gauname $L = CU_m^2/I_m^2$. Tad

$\lambda = 2\pi c C U_m/I_m = 190$ m.

Ats. 190 m; vidurinių radijo bangų ruožui.

10.3.2 pavyzdys. Radijo imtuvo derinimo kondensatoriaus talpa kinta nuo 50 pF iki 450 pF. Kokio induktyvumo ričių komplektas reikalingas norint girdėti bangų diapazone nuo 40 m iki 1000 m?

Duota: derinimo kondensatoriaus talpos kitimo ribos: C_1 = 50 pF = $5{,}0\cdot10^{-11}$ F ir C_2 = 450 pF = $4{,}5\cdot10^{-10}$ F; bangų ilgių intervalas: $\lambda_1 = 40$ m ir $\lambda_2 = 1000$ m.

Rasti: ričių komplekto induktyvumus.

Sprendimas

Iš bangos ilgio λ ir periodo T sąryšio (10.4) bei Tomsono (10.3) formulių gauname:

$\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$.

Mažiausio ilgio bangai priimti ($\lambda_1 = 40$ m), derinamojo kondensatoriaus talpa turi būti mažiausia, t. y. C_1. Ritė taip pat turi būti mažiausio induktyvumo L_1. Todėl

$\lambda_1 = 2\pi c\sqrt{L_1C_1}$; $L_1 = \lambda_1^2/4\pi^2c^2C_1 = 9{,}0\cdot10^{-6}$ H = 9,0 μH.

Didžiausias bangos ilgis ilgis λ_{11}, kurį pavyks priimti su šia rite, bus derinamojo kondensatoriaus talpai esant didžiausiai, t. y. C_2:

$\lambda_{11} = 2\pi c\sqrt{L_1C_2} = \lambda_1\sqrt{C_2/C_1} = 120$ m.

Taigi L_1 induktyvumo ritė aprėps bangų intervalą nuo 40 m iki 120 m. Bangų ilgių intervalas, kurį aprėps kita L_2 induktyvumo ritė, kai derinamojo kondensatoriaus talpa yra mažiausia, t. y. C_1, turi prasidėti $\lambda_{11} = 120$ m banga:

$\lambda_{11} = 2\pi c\sqrt{L_2C_1}$; $L_2 = \lambda_{11}^2/4\pi^2c^2C_1 = L_1C_2/C_1 = 81\cdot10^{-6}$ H = 81 μH.

Didžiausias bangos ilgis ilgis λ_{21}, kurį pavyks priimti su L_2 induktyvumo rite, bus derinamojo kondensatoriaus talpai esant didžiausiai, t. y. C_2:

$\lambda_{21} = 2\pi c\sqrt{L_2C_2} = \lambda_{11}\sqrt{C_2/C_1} = 360$ m.

L_2 induktyvumo ritė aprėpia bangų ilgių intervalą nuo 120 m iki 360 m. Bangų ilgių intervalas, kurį aprėps kita L_3 induktyvumo ritė, kai derinamojo kondensatoriaus talpa yra mažiausia, t. y. C_1, turi prasidėti $\lambda_{21} = 360$ m banga:

$\lambda_{21} = 2\pi c\sqrt{L_3C_1}$; $L_3 = \lambda_{21}^2/4\pi^2c^2C_1 = L_2C_2/C_1 = 729\cdot10^{-6}$ H = 729 μH.

Analogiškai didžiausias bangos ilgis λ_{22}, kurį pavyks priimti su L_3 induktyvumo rite, bus derinamojo kondensatoriaus talpai esant didžiausiai, t. y. C_2:

$\lambda_{22} = 2\pi c\sqrt{L_3C_2} = \lambda_{21}\sqrt{C_2/C_1} = 1080$ m.

Bangos ilgis $\lambda_{22} = 1080$ m yra didesnis už didžiausio ilgio bangą $\lambda_2 = 1000$ m. Todėl daugiau ričių nebereikės. Tad ričių komplektą sudarys trys ritės, kurių induktyvumai: 9,0 μH; 81 μH ir 729 μH.

Ats. 9,0 μH; 81 μH ir 729 μH.

10.3.3 pavyzdys. 20 μH induktyvumo ritė prijungta prie plokščiojo orinio kondensatoriaus, kurio elektrodų plotas 100 cm^2. Koks atstumas taro kondensatoriaus elektrodų, jei kontūras suderintas 100 m ilgio bangai? Koks taps virpesių bangos ilgis, jei kondensatorių pamerksime į gliceriną taip, kad skystis apsemtų pusę elektrodų? Glicerino santykinė dielektrinė skvarba 39.

Duota: ritės induktyvumas $L = 20$ μH = $2{,}0\cdot10^{-5}$ H; kondensatoriaus elektrodų plotas $S =$ 100 cm^2 = 0,010 m^2; bangos ilgis $\lambda_1 = 100$ m; glicerino santykinė dielektrinė skvarba $\varepsilon = 39$; elektrinė konstanta $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ F/m; elektromagnetinių bangų greitis $c = 3{,}0\cdot10^8$ m/s.

Rasti: atstumą tarp kondensatoriaus elektrodų d; į gliceriną pamerkto kontūro virpesių bangos ilgį λ_2.

Sprendimas

Pasinaudosime bangos ilgio λ ir periodo T sąryšio (10.4) bei Tomsono (10.3) formulėmis. Taip pat prisiminsime plokščiojo kondensatoriaus talpos formulę (5.11):

$\lambda = cT$; $T = 2\pi\sqrt{LC}$; $C = \varepsilon_0\varepsilon S/d$.

Iš šių formulių, atsižvelgiant į tai, kad oro santykinė dielektrinė skvarba yra lygi vienetui, išplaukia:

$\lambda_1 = 2\pi c\sqrt{LC} = 2\pi c\sqrt{L\varepsilon_0 S/d}$.

Iš šio sąryšio išreiškiame atstumą tarp elektrodų d:

$d = 4\pi^2 c^2 \varepsilon_0 LS/\lambda_1^2 = 6{,}3 \cdot 10^{-4}$ m = 0,63 mm.

Iki pusės į gliceriną įmerktą kondensatorių galima nagrinėti kaip du lygiagrečiai sujungtus kondensatorius: vieną orinį, antrą su glicerino dielektriku tarp elektrodų. Tų kondensatorių elektrodų plotai perpus mažesni. Todėl jų talpos:

$C_1 = \varepsilon_0 S/2d = C/2$; $C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon S/2d = \varepsilon C/2$.

Lygiagrečiai jungiamų kondensatorių talpos sumuojasi (5.13), todėl į gliceriną iki pusės įmerkto kondensatoriaus talpa C_g bus:

$C_g = C_1 + C_2 = C(1+\varepsilon)/2$.

Tad bangos ilgis λ_2 bus:

$\lambda_2 = 2\pi c\sqrt{LC(1+\varepsilon)/2}$.

Nežinomą kondensatoriaus talpą eliminuosime, paimdami bangų ilgių λ_2 ir λ_1 santykį:

$\lambda_2/\lambda_1 = (2\pi c\sqrt{LC(1+\varepsilon)/2})/2\pi c\sqrt{LC} = \sqrt{(1+\varepsilon)/2}$.

$\lambda_2 = \lambda_1\sqrt{(1+\varepsilon)}/2 = 447$ m.

Ats. 0,63 mm; 447 m.

10.3.4 pavyzdys. Klausytojas tame pačiame vidurinių bangų ruože, sukdamas rankenėlę, perderino radijo imtuvą iš 2-osios radijo programos, transliuojamos 196 m banga, į 1-ąją programą, perduodamą 451 m banga. Ką ir kaip, sukiodamas rankenėlę, jis pakeitė antenos virpesių kontūre?

Duota: radijo programų bangų ilgiai $\lambda_1 = 196$ m; $\lambda_2 = 451$ m.

Rasti: derinamojo kondensatoriaus elektrodų persiklojimo plotų santykį S_2/S_1.

Sprendimas

Sukdamas rankenėlę, klausytojas keitė plokščiojo orinio derinamojo kondensatoriaus elektrodų persiklojimo plotą S, keisdamas jo talpą nuo vertės C_1 iki C_2. Pagal (10.4) ir (10.3) formules randame:

$\lambda_1 = 2\pi c\sqrt{LC_1}$; $\lambda_2 = 2\pi c\sqrt{LC_2}$; $\lambda_2/\lambda_1 = \sqrt{C_2/C_1}$.

Plokščiojo kondensatoriaus talpa aprašoma formule $C = \varepsilon_0\varepsilon S/d$ (5.11). Iš jos galime rašyti $C_2/C_1 = S_2/S_1$. Atsižvelgiant į tai,

$\lambda_2/\lambda_1 = \sqrt{S_2/S_1}$ ir

$S_2/S_1 = \lambda_2^2/\lambda_1^2 = 5{,}3$.

Ats. padidino derinamojo kondensatoriaus elektrodų persiklojimo plotą 5,3 karto.

10.3.5 pavyzdys. Perjungiant radijo imtuvą iš vidurinių bangų ruožo į trumpųjų bangų ruožą, prie virpesių kontūro ritės, kurios induktyvumas 10 μH, lygiagrečiai prjungiama kita ritė, kurios induktyvumas 10 kartų mažesnis. Derinamojo kondensatoriaus talpa kinta ribose nuo 1,0 nF iki 3,0 nF. Raskime, kokiuose intervaluose imtuvas priima vidurines ir trumpąsias bangas.

Duota: pirmosios ritės induktyvumas $L_1 = 10$ μH = $1{,}0 \cdot 10^{-5}$ H; antrosios ritės induktyvumas L_2 mažesnis už pirmosios ritės induktyvumą $n = 10$ kartų; $L_2 = L_1/n$; derinamojo

kondensatoriaus talpos kitimo ribos: C_1 = 1,0 nF = $1{,}0\cdot10^{-9}$ F ir C_2 = 3,0 nF = $3{,}0\cdot10^{-9}$ F; elektromagnetinių bangų greitis $c = 3{,}0\cdot10^8$ m/s.

Rasti: vidurinių ir trumpųjų radijo bangų intervalų ribas λ_1, λ_2 ir λ_3, λ_4.

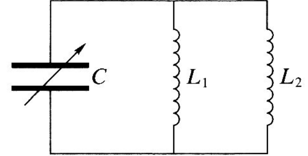
Sprendimas

Pritaikysime bangos ilgio λ ir periodo T sąryšio (10.4) ir virpesių periodo (10.3) formules.

Iš jų aišku, kad vidurinių bangų ruože:

$\lambda_1 = 2\pi c\sqrt{L_1C_1} = 188$ m; $\lambda_2 = 2\pi c\sqrt{L_1C_2} = 326$ m.

Išsiaiškinsime, kam yra lygus dviejų lygiagrečiai sujungtų ričių, kurių kiekvienos induktyvumai L_1 ir L_2, bendras induktyvumas L. Schemoje vieni ir kiti ričių galai sujunti trumpai. Todėl saviindukcijos elektrovaros, atsirandančios abiejose ritėse, būtinai bus lygios. Be abejo, tokia pat bus ir suminė elektrovara. Remdamiesi (8.3) formule, galime parašyti: $\varepsilon_s = -L_1\Delta i_1/\Delta t = -L_2\Delta i_2/\Delta t = -L\Delta i/\Delta t$.



Srovės stipris neišsišakojusiose kontūro dalyje yra lygus srovių, tekančių viena ir kita rite, stiprių sumai: $i = i_1 + i_2$. Akivaizdu, kad tas pats sąryšis galios ir srovių pokyčiams:

$\Delta i = \Delta i_1 + \Delta i_2$.

Išreiškę iš saviindukcijos elektrovarų Δi, Δi_1 ir Δi_2 ir įrašę į ką tik gautą sąryšį, turime: $\varepsilon_s\Delta t/L = \varepsilon_s\Delta t/L_1 + \varepsilon_s\Delta t/L_2$. Iš to sąryšio išplaukia:

$1/L = 1/L_1 + 1/L_2$ ir $L = L_1L_2/(L_1 + L_2)$.

Galima pastebėti, kad lygiagrečiai sujungtų ričių induktyvumas skaičiuojamas lygiai taip pat, kaip ir lygiagrečiai sujungtų rezistorių varža (6.6).

Dabar, kai žinome, kam lygus lygiagrečiai sujungtų ričių induktyvumas, galime rasti ir trumpųjų bangų intervalą. Atsižvelgdami į tai, kad $L_2 = nL_1$, gauname:

$\lambda_3 = 2\pi c\sqrt{L_1L_2C_1/(L_1 + L_2)} = 2\pi c\sqrt{L_1C_1/(1+n)} = 57$ m;

$\lambda_4 = 2\pi c\sqrt{L_1L_2C_2/(L_1 + L_2)} = 2\pi c\sqrt{L_1C_2/(1+n)} = 98$ m.

Ats. (188–326) m; (57–98) m.

10.3.6 pavyzdys. Pakitus virpesių kontūro ritelėje srovės stipriui 1,0 μA per 0,60 μs, joje indukuojasi 0,30 mV saviindukcijos elektrovara. Kokiam bangos ilgiui suderintas šis kontūras, jei jo talpa 140 pF?

Duota: srovės stiprio pokytis $\Delta i = 1{,}0\ \mu$A = $1{,}0\cdot10^{-6}$ A; laikotarpis, per kurį pakito srovės stipris, $\Delta t = 0{,}60\ \mu$s = $6{,}0\cdot10^{-7}$ s; saviindukcijos elektrovara $\varepsilon_s = 0{,}30$ mV = $3{,}0\cdot10^{-4}$ V; kontūro talpa $C = 140$ pF = $1{,}4\cdot10^{-10}$ F; elektromagnetinių bangų greitis $c = 3{,}0\cdot10^8$ m/s.

Rasti: bangos ilgį, kuriam suderintas kontūras, λ.

Sprendimas

Pritaikę (10.4) ir (10.3) formules randame $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$. Nežinomą kontūro induktyvumą L rasime, naudodamiesi duomenimis apie kontūre atsirandančią saviindukcijos elektrovarą ε_s. Pagal (8.3), saviindukcijos elektrovara absoliutiniu dydžiu yra $\varepsilon_s = L\Delta i/\Delta t$. Iš pastarojo sąryšio $L = \varepsilon_s\Delta t/\Delta i$. Tad

$\lambda = 2\pi c\sqrt{\varepsilon_s\Delta t C/\Delta i} = 300$ m.

Ats. 300 m.

10.3.7 pavyzdys. Radiolokatorius dirba impulsiniu režimu. Impulsų siuntimo dažnis 1,5 kHz, impulso trukmė 5 μs. Apskaičiuokime, kokiu mažiausiu ir kokiu didžiausiu atstumu radiolokatorius gali aptikti objektą.

Duota: impulsų siuntimo dažnis f = 1,5 kHz = $1{,}5{\cdot}10^3$ Hz; impulso trukmė τ = 5 μs = $5{,}0{\cdot}10^{-6}$ s; elektromagnetinių bangų greitis c = $3{,}0{\cdot}10^8$ m/s.

Rasti: radiolokatoriaus žvalgymo mažiausią $l_{\min}$ ir didžiausią $l_{\max}$ nuotolius.

Sprendimas

Laikas t, per kurį imulsas nusklinda iki objekto, esančio atstumu l nuo radiolokatoriaus ir grįžta atgal: $t = 2l/c$. Iš čia $l = ct/2$.

Radiolokatorius fiksuos grįžusį signalą tik tuo atveju, jei laikas t didesnis už impulso trukmę τ. Minimalus laikas $t = \tau$. Minimalus impulso sklidimo laikas atitinka mažiausią atstumą, kuriuo gali būti aptiktas objektas. Todėl

$l_{\min} = c\tau/2 = 750$ m = 0,75 km.

Atsispindėjęs nuo objekto signalas turi suspėti sugrįžti iki išspinduliuojant kitą impulsą. Todėl didžiausia laiko t vertė turi neviršyti laiko tarpo tarp dviejų impulsų T. Maksimalus laikas $t = T$. Atsižvelgdami į tai, kad $T = 1/f$, gauname maksimalų žvalgymo nuotolį

$l_{\max} = cT/2 = c/2f = 1,0{\cdot}10^5$ m = 100 km.

Ats. 0,75 km; 100 km.

10.4. Užduotys

10.4.1. Virpesių kontūro dažnis 30 kHz. Koks bus dažnis, jei atstumą tarp kondensatoriaus elektrodų padidinsime 1,6 karto?

10.4.2. Virpesių kontūro induktyvumą galima keisti nuo 0,10 μH iki 10 μH, o talpą – nuo 25 pF iki 2500 pF. Kokios yra kontūro virpesių dažnio kitimo ribos?

10.4.3. Ar pasiekę rezonansą du kontūrai, kurių pirmojo talpa 160 pF ir induktyvumas 5,0 mH, o antrojo – 100 pF ir 4,0 mH. Kaip reikia pakeisti antrojo kontūro talpą arba induktyvumą, kad kontūrai būtų pasiekę rezonansą.

10.4.4. Kondensatorių prijungus prie 12 V įtampos šaltinio, jame susikaupė 2,0 μC krūvis. Atjungus kondensatorių nuo šaltinio, jis prijungtas prie 10 mH induktyvumo ritės. Kokio dažnio virpesiai atsirado kontūre?

10.4.5. Virpesių kontūras susideda iš 7,0 mH induktyvumo ritės ir plokščiojo kondensatoriaus, kurio elektrodų plotas 5,0 cm^2, tarp elektrodų įdėtas 0,10 mm storio parafino popierius. Apskaičiuokite virpesių dažnį. Parafino santykinė dielektrinė skvarba 2,1; elektrinė konstanta $\varepsilon_0 = 8{,}85{\cdot}10^{-12}$ F/m.

10.4.6. Du virpesių kontūro kondensatoriai sujungti lygiagrečiai. Vieno talpa 1,0 nF, kito, derinamojo, talpa kinta nuo 100 pF iki 1000 pF. Kontūro induktyvumas 1,0 mH. Apskaičiuokite kontūro savųjų virpesių dažnių intervalą.

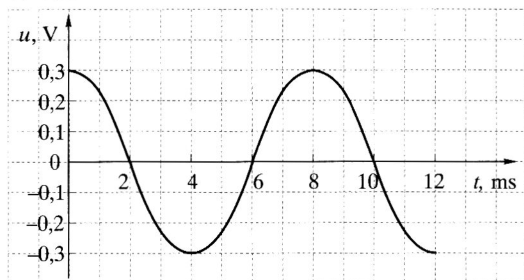
10.4.7. Dviejų virpesių kontūrų savieji dažniai yra 60 kHz ir 80 kHz. Abiejų kontūrų ričių induktyvumai yra vienodi. Koks yra savasis dažnis kontūro, kuriame lygiagrečiai sujungti abiejų kontūrų kondensatoriai, bet palikta tik viena ritė?

10.4.8. Kiek kartų pakis virpesių kontūro periodas ir dažnis, nuosekliai su kontūro 12 nF kondensatoriumi sujungus 24 nF kondensatorių?

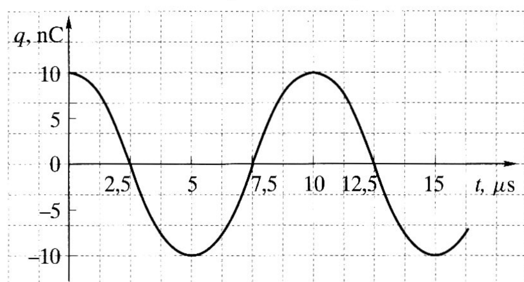
10.4.9. Rezonansas kontūre, kurio talpa 1,0 μF, vyksta esant 4,0 kHz dažniui. Lygiagrečiai šiam kondensatoriui prijungus antrą kondensatorių, rezonansinis dažnis sumažėjo iki 1,0 kHz. Kokia antrojo kondensatoriaus talpa?

10.4.10. Lygiagrečiai virpesių kontūro kondensatoriui buvo prijungtas 2 kartus didesnės talpos kondensatorius. Dėl to virpesių dažnis sumažėjo 3,0 kHz. Koks buvo pradinis virpesių dažnis?

10.4.11. Grafikas atspindi įtampos kitimą kontūre, į kurį įjungtas 300 nF talpos kondensatorius. Užrašykite įtampos, krūvio ir srovės stiprio kitimo lygtis bei tų dydžių amplitudines vertes.



10.4.12. Grafikas iliustruoja krūvio virpesius kontūre. Kokios krūvio, įtampos ir srovės stiprio amplitudinės vertės? Užrašykite krūvio, įtampos ir srovės stiprio virpesių lygtis. Kontūro ritės induktyvumas 40 μH.



10.4.13. Virpesių kontūrą sudaro ritelė ir 4,0 nF talpos kondensatorius. Tekant ritele 8,0 mA stiprio srovei, joje susikuria 32 μWb magnetinis srautas. Koks kontūro virpesių periodas?

10.4.14. Virpesių kontūro kondensatoriaus įtampa kinta pagal dėsnį $u = 75\cos 10^4\pi t$ (V). Kondensatoriaus talpa 1,0 μF. Nustatykite virpesių amplitudę, ciklinį dažnį, dažnį, periodą ir kontūro induktyvumą. Parašykite krūvio ir srovės stiprio virpesių lygtis.

10.4.15. Virpesių kontūras sudarytas iš 10 μF talpos kondensatoriaus ir 10 mH induktyvumo ritės. Pradiniu laiko momentu kondensatorius įelektrintas 5,0 μC krūviu. Parašykite įtampos ir srovės stiprio virpesių lygtis. Nubraižykite šių virpesių grafikus.

10.4.16. Virpesių kontūrui buvo suteiktas pradinis $1{,}0\cdot10^{-6}$ C krūvis. Kontūre vyko gęstamieji virpesiai. Koks šilumos kiekis išsiskyrė kontūre, užgęstant virpesiams? Kontūro kondensatoriaus talpa 0,010 μF.

10.4.17. 12 μF talpos kondensatorius buvo įelektrintas iki 360 V įtampos ir prijungtas prie ritės. Kontūre atsirado gęstamieji virpesiai. Koks šilumos kiekis išsiskyrė kontūre, kol įtampos virpesių amplitudė sumažėjo 2 kartus?

10.4.18. Virpesių kontūro talpa 80 nF, induktyvumas 0,50 H, krūvio virpesių amplitudė 4,0 μC. Parašykite kontūro pilnutinės energijos bei elektrinio ir magnetinio laukų energijų kitimo lygtis.

10.4.19. Kontūro virpesių dažnis 50 kHz. Kur ir kokiu pavidalu yra susikaupusi virpesių kontūro energija, praėjus 10 μs nuo virpesių pradžios?

10.4.20. Kontūro virpesių periodas 0,30 ms. Kokia virpesių kontūro energijos dalis procentais bus sukaupta kondensatoriuje ir kokia ritėje, praėjus 50 μs nuo virpesių pradžios?

10.4.21. Virpesių kontūro induktyvumas 1,0 mH, virpesių periodas 0,12 ms. Tam tikru laiko momentu įtampa kontūre 4,0 V, srovės stipris 70 mA. Apskaičiuokite įtampos, krūvio ir srovės stiprio amplitudines vertes.

10.4.22. Virpesių kontūro talpa 0,10 μF, virpesių dažnis 10 kHz. Tam tikru laiko momentu įtampa kontūre 77 V, srovės stipris 0,40 A. Apskaičiuokite įtampos, krūvio ir srovės stiprio maksimalias vertes.

10.4.23. Virpesių kontūro talpa 1,6 μF, induktyvumas 2,5 mH. Tam tikru laiko momentu įtampa kontūre 0,80 V, srovės stipris 15 mA. Apskaičiuokite įtampos, krūvio ir srovės stiprio amplitudines vertes.

10.4.24. Virpesių kontūro talpa 500 pF, induktyvumas 0,50 μH. Kai srovės stipris 12 mA, įtampa 0,80 V. Koks bus srovės stipris, kai įtampa sumažės iki 0,60 V?

10.4.25. Virpesių kontūro talpa 0,048 μF, induktyvumas 12 mH. Tuo momentu, kai srovės stipris lygus 0,24 A, ritėje yra susikaupę 64% pilnutinės kontūro energijos. Kokios srovės stiprio ir įtampos amplitudinės vertės? Kokia tuo momentu yra kontūro įtampa?

10.4.26. Virpesių kontūro kondensatoriaus talpa 2,0 μF, o didžiausia įtampa 5,0 V. Apskaičiuokite ritės magnetinio lauko didžiausią energiją, taip pat magnetinio lauko energiją tuo momentu, kai kondensatoriaus įtampa lygi 3,0 V.

10.4.27. Pradiniu laiko momentu virpesių kontūro kondensatoriaus krūvis yra didžiausias. Raskite srovės magnetinio lauko ir kondensatoriaus elektrinio lauko energijų santykį, praėjus vienam šeštadaliui virpesių periodo.

10.4.28. Kaip pasikeis virpesių kontūro periodas ir dažnis, padidinus kontūro induktyvumą 4 kartus, o talpą sumažinus 3 kartus? Kaip pasikeis įtampos, krūvio ir srovės stiprio amplitudės, jei maksimali kondensatoriaus energijos vertė nepakito?

10.4.29. Virpesių kontūro talpa 0,50 μF, induktyvumas 5,0 mH, srovės stiprio virpesių amplitudė 0,10 A. Koks kondensatoriaus elektrinio lauko ir ritės magnetinio lauko energijų virpesių dažnis? Kokios tų energijų maksimalios vertės? Spręsdami pasiremkite 10.2.2 pavyzdyje padarytomis išvadomis.

10.4.30. Virpesių kontūro talpa 0,30 μF, induktyvumas 13 mH, įtampos virpesių amplitudė 10 V. Koks kondensatoriaus elektrinio lauko ir ritės magnetinio lauko energijų virpesių periodas? Kokios tų energijų maksimalios vertės? Nubraižykite tų energijų virpesių grafikus. Spręsdami pasiremkite 10.2.2 pavyzdyje padarytomis išvadomis.

10.4.31. Elektromagnetinė banga oru sklinda 1,5 karto greičiau nei tiriamoje terpėje. Tos bangos ilgis ore 1,5 m. Koks bangos ilgis terpėje?

10.4.32. Vandenyje sklindančios elektromagnetinės bangos ilgis 1,0 km. Koks tos bangos ilgis ore? Elektromagnetinės bangos greitis vandenyje $2{,}3 \cdot 10^8$ m/s, tuštumoje – $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.

10.4.33. Virpesių kontūru tekančios srovės stipris kinta pagal dėsnį $i = 0{,}20 \cos 10^8 \pi t$. Kokio dažnio ir ilgio bangas spinduliuoja šio kontūro antena? Kokiam elektromagnetinių bangų ruožui priskirtumėte tas bangas?

10.4.34. Virpesių kontūre įjungto kondensatoriaus įtampa kinta pagal dėsnį $u = 50\cos 10^7\pi t$. Koks kontūro induktyvumas, jeigu kondensatoriaus talpa 90 pF? Kokio ilgio bangas skleidžia šio kontūro antena? Kokiam elektromagnetinių bangų ruožui jas priskirtumėte?

10.4.35. Radijo imtuvo derinamojo kondensatoriaus talpa kinta, keičiant elektrodų perssiklojimą, kas ekvivalentiška elektrodų ploto keitimui. Jei imtuvas nustatytas 12 MHz dažnio bangai, kaip ir kiek reikia pakeisti elektrodų plotą, kad būtų galima priimti 10 MHz dažnio bangą?

10.4.36. Lietuvos radijo pirmoji programa transliuojama 451 m ilgio bangomis. Kokia turi būti kondensatoriaus, įjungto į radijo imtuvo virpesių kontūrą, talpa, kad imtuvas būtų suderintas priimti transliuojamus signalus? Kontūro induktyvumas 3,0 mH.

10.4.37. Radijo imtuvas priima 4,0 MHz dažnio bangas. Kaip turi pasikeisti imtuvo virpesių kontūro kondensatoriaus talpa, kad būtų galima priimti bangas, kurių ilgis 100 m?

10.4.38. Virpesių kontūras, kurio talpa 0,10 μF, suderintas 400 m ilgio bangai. Prijungus lygiagrečiai antrą kondensatorių, kontūras persiderino 800 m ilgio bangai. Kokia to kondensatoriaus talpa?

10.4.39. Radijo imtuvo antenos virpesių kontūrą sudaro ritė, kurios induktyvumas 1,0 mH, ir du lygiagrečiai sujungti kondesatoriai: pagrindinis 160 pF talpos ir kitas derinamasis. Kokiose ribose kinta derinamojo kondensatoriaus talpa, jei imtuvo kontūras dirba intervale nuo 750 m iki 800 m?

10.4.40. Kiek kartų pasikeis radijo imtuvo priimamos bangos ilgis, jei prie virpesių kontūro ritės, kurios induktyvumas 100 μH, lygiagrečiai prijungsime kitą ritę, kurios induktyvumas 30 μH? Spręsdami remkitės 10.3.4 pavyzdžiu.

10.4.41. Virpesių kontūrą sudaro 0,12 μF talpos kondensatorius ir dvi lygiagrečiai sujungtos 2,0 μH ir 6,0 μH induktyvumo ritės. Kokiam bangos ilgiui suderintas kontūras? Spręsdami remkitės 10.3.4 pavyzdžiu.

10.4.42. Radijo siųstuve taikoma amplitudinė moduliacija. Garso bangos ilgis 0,68 m. Siųstuvo aukštojo dažnio antena spinduliuoja 30 m ilgio elektromagnetines bangas. Kiek aukštojo dažnio virpesių įvyksta per laikotarpį lygų garso bangos virpesių periodui? Garso bangų greitis 340 m/s.

10.4.43. Radijo siųstuve taikoma amplitudinė moduliacija. Siųstuvo aukštojo dažnio virpesių kontūro talpa 5,0 nF, induktyvumas 10 μH. Kiek aukštojo dažnio virpesių įvyksta per laikotarpį, lygų 440 Hz (pagrindinės oktavos *la*) garsinio signalo periodui?

10.4.44. Radijo imtuvo anteną pasiekia 750 m ilgio bangos. Imtuvo virpesių kontūro kondensatorius nustatytas 100 pF talpai. Kontūro induktyvumas 4,0 mH. Kokiam virpesių dažniui nustatytas imtuvas? Ar priims jis anteną pasiekiančias bangas? Jei ne, tai kokia turi būti kodensatoriaus talpa?

10.4.45. Kontūre sužadinti savieji virpesiai. Didžiausias kondensatoriais krūvis 0,50 μC, didžiausia srovės stiprio vertė 10 A. Apskaičiuokite kontūro antenos skleidžiamos elektromagnetinės bangos ilgį. Kokiam elektromagnetinių bangų ruožui priskirtina ši banga?

10.4.46. Radijo imtuvo virpesių kontūro dažnis kinta intervale nuo 2,0 MHz iki 4,0 MHz. Kondensatoriaus talpa 5,0 nF. Apskaičiuokite ritės induktyvumo kitimo ribas. Kokiame bangų ilgių intervale veikia imtuvas?

10.4.47. 30 μH induktyvumo ritė prijungta prie plokčiojo kondensatoriaus, kurio elektrodų plotas 20 cm^2. Atstumas tarp elektrodų 0,10 mm. Kontūras suderintas vidurinių radijo bangų ruožo 335 m ilgio bangai. Kokia yra medžiagos, esančios tarp kondensatoriaus elektrodų, dielektrinė skvarba?

10.4.48. Kokį didžiausią skaičių impulsų gali per 1 s skleisti radiolokatorius, kai žvalgomi objektai yra už 30 km nuo jo?

10.4.49. Radiolokatorius skleidžia impulsus 1,0 kHz dažniu. Vieno impulso trukmė 0,30 μs, galia 70 kW. Apskaičiuokite vieno impulso energiją ir vidutinę radiolokatoriaus galią. Koks lokatoriaus žvalgymo gylis?

10.4.50. Radiolokatorius veikia 12 cm ilgio banga. Impulsų siuntimo dažnis 3,0 kHz. Kiekvieno impulso trukmė 2,0 μs. Kiek virpesių yra kiekviename impulse? Koks didžiausias lokatoriaus žvalgymo nuotolis?

11. Kintamoji elektros srovė

Laidininke, kurį veria kintamasis magnetinis srautas, susidaro indukcinė elektrovara (ev). Tolygiai sukant vielinį rėmelį magnetiniame lauke, rėmelyje indukuojasi ev, periodiškai kintanti sinuso dėsniu. Sujungus rėmelio galus laidininku, uždara grandine tekės srovė, proporcinga ev, kuri taip pat kinta sinuso dėsniu. Srovė, kurios stipris ir kryptis periodiškai kinta, vadinama *kintamąja srove.*

Kintamosios srovės lygtis

$$i = I_{\mathrm{m}} \sin \omega t;$$

čia i – momentinė srovės stiprio vertė; I_{m} – kintamosios srovės amplitudė; ω – srovės kitimo greitis; t – laikas.

Pagrindiniai parametrai, apibūdinantys kintamąją srovę:

1. Kintamosios srovės *amplitudė* – tai didžiausia kintamosios srovės vertė I_{m}. Ji matuojama amperais (A).

2. Laikas, per kurį įvyksta vienas kintamosios srovės pasikeitimas (rėmelis apsisuka vieną kartą), vadinamas kintamosios srovės *periodu.* Periodas žymimas raide T ir matuojamas sekundėmis (s).

3. Svyravimų skaičius per vieną sekundę vadinamas kintamosios srovės *dažniu.* Dažnis žymimas raide f. Dažnis ir periodas – vienas kitam atvirkštiniai dydžiai: $f = 1/T$, arba $T = 1/f$. SI dažnio vienetas – vienas svyravimas per sekundę – vadinamas hercu (Hz). 1 Hz = 1 s^{-1}. Dažniausiai naudojama standartinio dažnio kintamoji srovė. Lietuvoje ir daugumoje Europos šalių standartinis kintamosios srovės dažnis yra 50 Hz, kai kuriose kitose šalyse – 60 Hz. Radiotechnikoje naudojamos aukšto dažnio srovės. Jų dažniai matuojami kilohercais (1 kHz = 10^3 Hz) ir megahercais (1 MHz = 10^6 Hz). Rėmelių sukimosi kampinis greitis $\omega = 2\pi f$.

4. Srovės stiprio vertė konkrečiu laiko momentu priklauso nuo to, kokioje padėtyje tuo momentu yra besisukantis rėmelis. Ta padėtis nusakoma nurodant posūkio kampą *laipsniais* arba *radianais.* Fazės kampas, arba fazė, φ išreiškiama formule $\varphi = \omega t = 2\pi f t$. Svyravimo fazė pradiniu laiko momentu $t = 0$ vadinama pradine faze ir žymima φ_0. Bendru atveju $\varphi = \varphi_0 + \omega t$. Tada srovė

$$i = I_{\mathrm{m}} \sin(\varphi_0 + \omega t) = I_{\mathrm{m}} \sin(\varphi_0 + 2\pi f t). \tag{11.1}$$

Analogiškai galima užrašyti ev ir įtampos svyravimą:

$$e = E_{\mathrm{m}} \sin(\varphi_0 + \omega t); \quad u = U_{\mathrm{m}} \sin(\varphi_0 + \omega t). \tag{11.2}$$

Tekant kintamajai srovei, išsiskiriančiai energijai įvertinti įvedama srovės, įtampos ir ev efektinių verčių sąvoka. Efektinis kintamosios srovės stipris – tai stipris tokios nuolatinės srovės, kuriai tekant išsiskiria tiek pat šilumos kaip ir tekant kintamajai srovei. Kintamosios srovės

stiprio efektinė vertė mažesnė už maksimaliąją $\sqrt{2}$ karto:

$$I = I_m/\sqrt{2}.$$

Analogiškai ir kintamosios ev bei įtampos efektinės vertės mažesnės už maksimaliąją taip pat $\sqrt{2}$ karto:

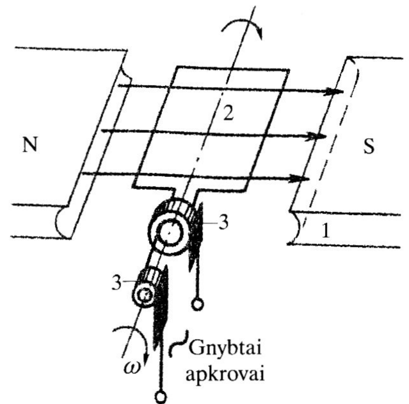
$$E = E_m/\sqrt{2};\quad U = U_m/\sqrt{2}.$$

Elektriniai matavimo prietaisai, įjungti į kintamosios srovės grandinę, rodo efektines dydžių vertes.

Tekant grandine nuolatinei elektros srovei, atliekamas *darbas* $A = UIt$, o *galia* $P = UI$. Šias formules galima panaudoti ir kintamajai srovei. Darbas matuojamas džauliais (J), gali būti matuojamas vatvalandėmis, kilovatvalandėmis (1 Wh = 3600 J, 1 kWh = 3600 kJ). Galia matuojama vatais (W). Tarp įtampos ir srovės stiprio gali būti fazių skirtumas φ. Vidutinė kintamosios srovės galia $P = IU\cos\varphi$; čia $\cos\varphi$ – *galios koeficientas*, kuris randamas iš formulės: $\cos\varphi = R/Z$ (Z – visa kintamosios srovės grandinės varža, žr. 11.4 formulę).

Kai srovės stiprio ir įtampos virpesių fazės sutampa, momentinė kintamosios srovės galia $p = ui$. Kintamosios srovės galia P, kai srovės stiprio ir įtampos virpesių fazės sutampa, išreiškiama srovės stiprio I ir įtampos U efektinių verčių sandauga $P = UI$.

Kintamoji elektros srovė gaunama naudojantis kintamosios srovės generatoriumi (11.1 pav.). Pagrindiniai generatoriaus elementai yra šie: induktorius 1 (magnetas arba elektromagnetas), inkaras 2 (apvija, kurioje atsiranda ev), kolektorius 3 (žiedai ir šepetėliai, nejudančius laidininkus jungiantys su besisukančiais). Generatoriaus nejudamoji dalis vadinama *statoriumi*, o judamoji – *rotoriumi*. Praktiniam naudojimui patogesnis besisukantis induktorius. Jis gali būti daugiapolis. Jeigu rotorius per minutę apsisuka n kartų, tai indukcinės ev dažnis $f = n/60$. Šiuo atveju generatoriaus kampinis greitis $\omega = 2\pi n/60$. Kai generatorius turi p polių, dažnis $f = pn/60$.



11.1 pav.

Kintamosios srovės grandinėje gali būti aktyvioji, induktyvioji ir talpinė varžos.

Aktyviąja varža R vadinamas fizikinis dydis, išreiškiamas kintamosios srovės galios P elektrinės grandinės dalyje ir srovės šioje dalyje stiprio efektinės vertės I kvadrato santykiu:

$$R = P/I^2.$$

Kai kintamosios srovės dažnis mažas, aktyvioji laidininko varža nepriklauso nuo dažnio ir sutampa su jo elektrine varža nuolatinės srovės grandinėje. Dėl aktyviosios varžos elektros energija virsta šiluma. Šiluma apskaičiuojama iš Džaulio ir Lenco dėsnio:

$Q = I^2Rt$ arba $Q = U^2t/R$.

Vidutinė galia (ji dar vadinama aktyviąja galia) kintamosios srovės grandinės dalyje lygi srovės stiprio efektinės vertės kvadrato ir grandinės dalies aktyviosios varžos sandaugai:

$$P = I^2R.$$

Visa galia $S = UI$.

Ryšys tarp aktyviosios galios ir visos galios

$P = S\cos\varphi$.

Ritės sudaroma papildoma varža kintamajai srovei vadinama *induktyviąja varža*; ji žymima X_L, matuojama omais. Dėl induktyviosios varžos elektros energija neeikvojama, vyksta tik energijos kaita – elektros srovės energija virsta magnetinio lauko energija, magnetinio lauko energija virsta elektros srovės energija. Ritės induktyvioji varža priklauso nuo ritės induktyvumo L ir nuo srovės kitimo greičio ω:

$$X_L = \omega L.$$

Omo dėsnis grandinės daliai, kurioje yra tik induktyvioji varža, išreiškiamas taip:

$$I = U/X_L.$$

Kondensatoriaus sudaroma varža kintamajai srovei vadinama *talpine varža* ir žymima X_C. Ši varža tuo mažesnė, kuo didesnis srovės kitimo greitis ω ir kuo didesnė kondensatoriaus talpa C:

$$X_C = 1/(\omega C).$$

Talpinė varža taip pat matuojama omais. Grandinėje su neturinčiu aktyviosios varžos kondensatoriumi elektros energija neeikvojama, vyksta tik energijos kaita – elektros srovės energija virsta elektrinio lauko energija, elektrinio lauko energija virsta elektros srovės energija.

Omo dėsnis grandinės daliai, kurioje yra tik talpinė varža, išreiškiamas taip:

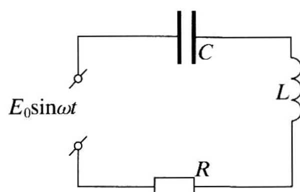
$$I = U/X_C.$$

Talpinė ir induktyvioji varžos vadinamos *reaktyviosiomis varžomis*. Nuosekliai sujungtų ritės ir kondensatoriaus bendra reaktyvioji varža X randama pagal formulę:

$$X = X_L - X_C. \quad (11.3)$$

Kintamosios srovės grandinės, kurioje yra aktyvioji, talpinė ir induktyvioji varžos (11.2 pav.), *visa varža* Z randama pagal formulę

$$Z = \sqrt{\{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2\}}. \quad (11.4)$$



11.2 pav.

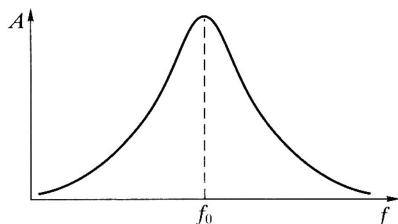
Srovės ir įtampos kondensatoriuje bei ritėje fazės nesutampa, jas galima rasti lentelėje (11.3 pav.). Fazių skirtumas φ tarp srovės stiprio ir šaltinio ev priklauso nuo ev kitimo kampinio dažnio ω bei nuo grandinės varžų. Jis randamas iš lygties $\operatorname{tg}\varphi = (X_L - X_C)/R$.

Grandinės schema	Grandinės varža	Srovės stipris	I ir U fazių skirtumas	I ir U grafikai
$e = E_0 \cdot \sin\omega t$, R	aktyvioji $Z = R$	$I = \frac{E_0}{R} \cdot \sin\omega t$	0	U_R, i; U; i; t
$e = E_0 \cdot \sin\omega t$, L	induktyvioji $Z = \omega L$	$I = \frac{E_0}{\omega} \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$	$-\frac{\pi}{2}$ — I faze atsilieka nuo U	U_L, i; U; i; t
$e = E_0 \cdot \sin\omega t$, C	talpinė $Z = \frac{1}{\omega C}$	$I = \frac{E_0}{1/(\omega C)} \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$	$+\frac{\pi}{2}$ — I faze aplenkia U	U_C, i; U; i; t

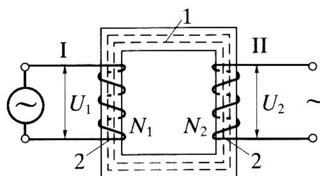
11.3 pav.

Pagrindinė visų radiotechnikos prietaisų dalis yra virpesių kontūras, sudarytas iš sujungtų kondensatoriaus ir ritės. Plačiau apie virpesių kontūrą rašėme 10 skyriuje. Kiekviename kontūre elektriniai virpesiai vyksta tam tikru dažniu $f = 1/2\pi\sqrt{(LC)}$. Jį vadiname savuoju kontūro dažniu f_0. Jeigu prie kintamosios įtampos šaltinio prijungsime virpesių kontūrą, grandinėje atsiras priverstiniai elektriniai virpesiai. Jeigu bangos indukuotų virpesių dažnis f yra toks pat kaip kontūro savųjų virpesių dažnis f_0, tai banga kiekvieną periodą papildo virpesių energija, amplitudė maksimaliai padidėja. Šis reiškinys vadinamas *elektriniu rezonansu*. Didėjant prijungtos įtampos dažniui, srovės stiprio virpesių amplitudė grandinėje didėja tol, kol ritės induktyvioji varža pasidaro lygi kondensatoriaus talpinei varžai: $X_L = X_C$.

Rezonanso reiškinį rodo kontūro rezonansinė kreivė – indukuotųjų virpesių amplitudės priklausomybė nuo kontūrą veikiančių bangų dažnio (11.4 pav.). Elektrinis rezonansas taikomas radijo ryšio ir televizijos sistemose.



11.4 pav.



11.5 pav.

Perduodant elektros energiją dideliais atstumais, elektros perdavimo linijoje dėl laidų šilimo atsiranda energijos nuostolių. Norint juos sumažinti, reikia sumažinti srovės stiprį. Kad, mažėjant srovės stipriui, nesumažėtų perduodamoji galia, tenka padidinti įtampą. Kintamosios srovės įtampa padidinama arba sumažinama transformatoriais. Transformatorius susideda iš dviejų pagrindinių dalių: 1 – uždaros šerdies, surinktos iš izoliuotų plieno lakštų, ir 2 –

ant šerdies užvyniotų dviejų ričių, kurių vijų skaičius N_1 ir N_2 skirtingi. Ritė, jungiama į transformuojamosios įtampos tinklą, vadinama pirmine, o antroji ritė, kurioje susidaro reikiama įtampa, vadinama antrine (11.5 pav.). Jeigu antrinėje ritėje yra daugiau vijų negu pirminėje ($N_2 > N_1$), transformatorius yra įtampą *aukštinantysis*, o jeigu atvirkščiai – *žeminantysis* (11.6 pav.). Apvijose indukuotos ev yra tiesiog proporcingos jų vijų skaičiui:

$$E_1/E_2 = N_1/N_2.$$

Apvijų įtampos yra tiesiog proporcingos jų vijų skaičiui:

$$U_1/U_2 = N_1/N_2.$$

Vijų skaičiaus pirminėje ir antrinėje apvijose santykis vadinamas *transformacijos koeficientu* ir žymimas raide K:

aukštinanysis transformatorius
žeminantysis transformatorius
÷20 kV
110 kV
35 kV
6 kV
220 V, 380 V
vartotojai

11.6 pav.

$$K = N_1/N_2 = U_1/U_2.$$

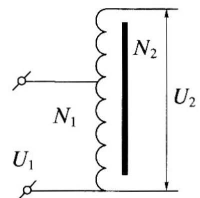
Srovės galia pirminėje ir antrinėje ritėse maždaug vienoda $P_1 = P_2$. Transformatoriaus apvijomis tekančių srovių stipriai yra atvirkščiai proporcingi vijų skaičiui:

$$I_1/I_2 = U_2/U_1 = N_2/N_1.$$

Transformatoriaus naudingumo koeficientu η vadinamas antrinės apvijos atiduodamos galios P_2 ir pirminės apvijos vartojamos galios P_1 santykis:

$$\eta = P_2/P_1 100\%. \qquad (11.5)$$

Kai transformatoriaus antrinę apviją sudaro pirminės apvijos dalis, arba atvirkščiai, toks transformatorius vadinamas *autotransformatoriumi*. Viena iš apvijų dažnai daroma su slankiu kontaktu. Tada galima tolydžiai keisti antrinės grandinės įtampą (11.7 pav.).



11.7 pav.

UŽDAVINIŲ SPRENDIMO PAVYZDŽIAI IR UŽDUOTYS

11.1. Kintamosios srovės gavimo principas

11.1.1 pavyzdys. Hidroelektrinės generatoriai sukasi 83,33 aps./min. greičiu. Kiek porų magnetinių polių įmontuota į kiekvieną generatorių?

Duota: $n = 83{,}33$ aps./min. – generatoriaus sukimosi greitis; $f = 50$ Hz – srovės dažnis.

Rasti: magnetinių polių porų skaičių p.

Sprendimas

Rotoriaus sukimosi kampinis greitis $\omega = p \cdot 2\pi f/60$. Kintamosios srovės dažnis $f = p \cdot 2\pi n/60 \cdot 2\pi = pn/60$.

Iš čia $p = 60f/n$. Atlikę skaičiavimus gauname $p = 36$, t. y. 36 polių poros.

Ats. 36.

11.1.2 pavyzdys. Šiluminėse elektrinėse generatoriai turi vieną polių porą. Kokiu greičiu turi suktis generatoriaus rotorius, norint pagaminti 50 Hz dažnio kintamąją srovę?

Duota: $p = 1$ – generatoriaus polių pora; $f = 50$ Hz – srovės dažnis.

Rasti: rotoriaus sukimosi greitį n.

Sprendimas

11.1 pavyzdyje nustatėme, kad $p = 60f/n$. Iš čia $n = 60f/p$. Atlikę skaičiavimus gauname $n = 3000$ aps./min.

Ats. 3000 aps./min.

11.1.3 pavyzdys. Kintamosios srovės generatoriuje srovę sukuria ne viena polių pora, o keletas. Ar priklauso apvijoje indukuotos srovės dažnis nuo polių porų skaičiaus? Polių sukimosi greičiai vienodi.

Ats. Srovės dažnis didesnis tame generatoriuje, kuriame yra daugiau polių porų.

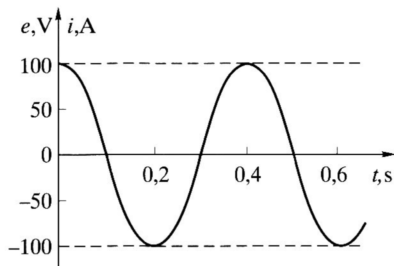
11.1.4 pavyzdys. Generatoriai, sukantys hidroturbinas, turi daug polių porų, o turbogeneratoriai yra dvipoliai. Kodėl?

Ats. Hidroturbinų sukimosi greitis mažas. Norint pagaminti 50 Hz dažnio kintamąją srovę, hidrogeneratorius turi turėti daug polių porų. Garo turbina sukasi dideliu greičiu, todėl turbogeneratorius turi mažiausią skaičių polių porų, t. y. vieną.

11.1.5 pavyzdys. Kada lengviau sukti generatoriaus rotorių: kai išorinė grandinė atvira ar kai uždara? Kodėl?

Ats. Kai grandinė atvira. Generatoriaus rotoriui sukantis mechaninė energija virsta elektros energija, nugalimos pasipriešinimo jėgos. Atviroje grandinėje srovė lygi nuliui, mechaninis darbas atliekamas tik pasipriešinimo jėgoms nugalėti.

11.1.6 pavyzdys. Iš 11.1.6 paveiksle pavaizduoto grafiko raskime elektrovaros amplitudę ir kintamosios srovės dažnį. Parašykime ev kitimo lygtį.



Sprendimas

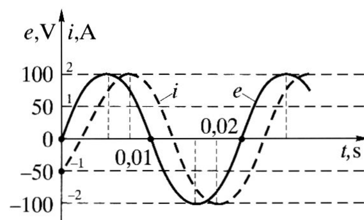
Grafike pavaizduotos kreivės amplitudė yra ev amplitudė E_m. Matome, kad $E_m = 100$ V. Svyravimo periodas $T = 0{,}4$ s (iš grafiko). Kintamosios srovės dažnis $f = 1/T$. Atlikę skaičiavimus, gauname $f = 2{,}5$ Hz. Ev kitimo lygtis $e = E_m \cos \pi f t$. Atlikę skaičiavimus gauname: $e = 100 \cos 5\pi t$.

Ats. 100 V; 2,5 Hz; $e = 100 \cos 5\pi t$.

11.1.7 pavyzdys. Iš 11.1.7 paveiksle pavaizduotų grafikų raskime elektrovaros jėgos ir kintamosios srovės stiprio amplitudes ir fazių skirtumą. Parašykime ev ir srovės kitimo lygtis.

Sprendimas

Iš grafikų matome, kad ev amplitudė $E_m = 100$ V; kintamosios elektros srovės amplitudė $I_m = 2$ A; fazių skirtumas $\varphi = \pi/4$. Svyravimo periodas $T = 0{,}02$ s (iš grafiko). Kintamosios srovės dažnis $f = 1/T$. Atlikę skaičiavimus, gauname $f = 50$ Hz. Evj kitimo lygtis $e = E_m \sin 2\pi f t$. Atlikę skaičiavimus, gauname $e = 100 \sin 100\pi t$. Elektros srovės kitimo lygtis $i = I_m \sin(2\pi f t - \pi/4)$. Atlikę skaičiavimus gauname $i = 2\sin(100\pi t - \pi/4)$.



Ats. 100 V; 2 A; $\pi/4$; $e = 100 \sin 100\pi t$; $i = 2\sin(100\pi t - \pi/4)$.

11.2. Srovės stiprio ir įtampos efektinės vertės

11.2.1 pavyzdys. Kai fazė yra $\pi/6$, momentinis elektros srovės stipris 6 A. Kokia yra didžiausia ir efektinė srovės vertės?

Duota: $i = 6$ A – momentinis elektros srovės stipris; $\omega t = \pi/6$ – fazė.

Rasti: didžiausią srovę I_m; efektinę srovę I.

Sprendimas

Kintamosios srovės lygtis $i = I_m \sin \omega t$. Sąlygoje nurodyta, kad $\omega t = \pi/6$, t. y. $\sin \pi/6 = 0{,}5$. Įrašome $\sin \pi/6$ reikšmę: $i = I_m \cdot 0{,}5$. Išreiškiame $I_m = 2i = 12$ A. Kintamosios srovės stiprio efektinė vertė $I = I_m/\sqrt{2}$. Atlikę skaičiavimus gauname $I \approx 8{,}6$ A.

Ats. 12 A; 8,6 A.

11.2.2 pavyzdys. Kondensatoriaus pramušimo įtampa yra 450 V. Ar galima šį kondensatorių jungti į grandinę, kurioje voltmetras rodo 380 V įtampą?

Duota: $U_p = 450$ V – kondensatoriaus pramušimo įtampa; $U = 380$ V – efektinė įtampa.

Rasti: didžiausią įtampą U_m.

Sprendimas

Iš formulės $U = U_m/\sqrt{2}$ randame $U_m = \sqrt{2} \cdot U$. Atlikę skaičiavimus gauname $U_m \approx 500$ V. Matome, kad $U_m > U_p$, taigi šio kondensatoriaus negalima jungti į šią grandinę.

Ats. Kondensatoriaus negalima jungti į šią grandinę.

11.2.3 pavyzdys. Voltmetras, įjungtas į kintamosios srovės grandinę, rodo 380 V. Kokiai įtampai turi būti apskaičiuota laidų izoliacija?

Duota: $U = 380$ V – efektinė įtampos vertė.

Rasti: didžiausią įtampą U_m.

Sprendimas

Iš formulės $U = U_m/\sqrt{2}$ randame $U_m = \sqrt{2} \cdot U$.

Atlikę skaičiavimus gauname $U_m = 540$ V.

Ats. Laidų izoliacija turi būti apskaičiuota 540 V įtampai.

11.2.4 pavyzdys. Elektrovara kintamosios srovės grandinėje išreiškiama lygtimi $e = 120 \sin 628t$. Apskaičiuokime elektrovaros efektinę vertę ir jos kitimo periodą.

Duota: $e = 120 \sin 628t$ – ev lygtis.

Rasti: ev efektinę vertę E; ev kitimo periodą T.

Sprendimas

Iš ev lygties $E_m = 120$ V. Elektrovaros efektinę vertę rasime iš formulės $E = E_m/\sqrt{2} = 85{,}7$ V.

Palyginę bendrąją ev kitimo lygtį $E = E_m \sin 2\pi f t$ su duotąja, apskaičiuojame, kad ev kitimo dažnis $f = 100$ Hz. Žinome, kad periodas $T = 1/f$. Atlikę skaičiavimus gauname $T = 0{,}01$ s.

Ats. 85,7 V; 0,01 s.

11.2.5 pavyzdys. Srovės stipris kinta dėsniu $i = 8{,}5 \sin(314t + 0{,}651)$. Apskaičiuokime jo efektinę vertę, pradinę fazę ir dažnį, taip pat srovės stiprį laiko momentu $t = 0{,}08$ s.

Duota: $i = 8{,}5 \sin(314t + 0{,}651)$ – kintamosios srovės lygtis.

Rasti: srovės stiprio efektinę vertę I; pradinę fazę φ_0; dažnį f; srovės stiprį i_t laiko momentu t.

Sprendimas

Kintamosios srovės stiprio efektinė vertė $I = I_m/\sqrt{2}$. Iš kintamosios srovės lygties matome, kad srovės amplitudė $I_m = 8{,}5$ A. Atlikę skaičiavimus gauname $I = 6$ A. Bendroji kintamosios srovės lygtis $i = I_m \sin(\varphi_0 + 2\pi f t)$. Palyginę ją su duotąja matome, kad pradinė fazė $\varphi_0 = 0{,}651$ rad, o dažnis $f = 50$ Hz.

Srovės stipris laiko momentu $t = 0{,}08$ s randamas iš srovės stiprio lygties $i = 8{,}5 \sin(314t + 0{,}651)$. Įrašę t reikšmę ir atlikę skaičiavimus gauname $i_t = 5{,}1$ A.

Ats. 6 A; 0,651 rad; 50 Hz; 5,1 A.

11.3. Aktyvioji, induktyvioji ir talpinė varžos

11.3.1 pavyzdys. Voltmetras, prijungtas prie ritės galų, rodo 110 V įtampą, rite teka 10 A srovė, kurios dažnis 50Hz. Apskaičiuokime ritės induktyvumą. Į ritės aktyviąją varžą neatsižvelkime.

Duota: $U = 110$ V – įtampa; $I = 10$ A – srovė; $f = 50$ Hz – kintamosios srovės dažnis.

Rasti: ritės induktyvumą L.

Sprendimas

Ritės induktyvumą išreikšime iš formulės $X_L = \omega L$.

Iš Omo dėsnio grandinės daliai, kurioje yra tik induktyvioji varža, $I = U/X_L$. Tad $X_L = U/I$ (1). Bet $X_L = \omega L = 2\pi f L$ (2). Sulyginame abi formulių (1) ir (2) puses: $L = U/2\pi f I$. Įrašę skaitines reikšmes gausime $L \approx 0{,}035$ H.

Ats. 0,035 H.

11.3.2 pavyzdys. Elektrinė grandinė sudaryta iš ritės, kondensatoriaus ir rezistoriaus (aktyviosios varžos). Ritės induktyvumas yra 0,5 H, kondensatoriaus talpa – 1 μF, aktyvioji varža $R = 1$ kΩ. Raskime fazių skirtumą tarp įtampos ir elektros srovės, kurios kitimo dažnis yra 50 Hz.

Duota: $L = 0{,}5$ H – ritės induktyvumas; $C = 1\ \mu\text{F} = 1 \cdot 10^{-6}$ F – kondensatoriaus talpa; $f = 50$ Hz – kintamosios srovės dažnis.

Rasti: fazių skirtumą φ.

Sprendimas

Fazių skirtumą rasime iš lygties $\operatorname{tg}\varphi = (X_L - X_C)/R$. Atlikę skaičiavimus gausime $\operatorname{tg}\varphi = -3{,}02$, taigi $\varphi = -72°40'$. Minuso ženklas rodo, kad grandinės varža talpinė, įtampos fazė atsilieka nuo srovės stiprio fazės.

Ats. $\varphi = -72°40'$.

11.3.3 pavyzdys. Kintamosios srovės ($f_1 = 50$ Hz) kondensatoriaus talpinė varža yra 1000 Ω. Kokia šio kondensatoriaus varža, jį įjungus į kintamosios srovės ($f_2 = 5$ kHz) grandinę, ir kokia kondensatoriaus talpa?

Duota: $X_{C1} = 1000\ \Omega$ – pradinė kondensatoriaus talpinė varža; $f_1 = 50$ Hz – pirmasis kintamosios srovės dažnis; $f_2 = 5\ \text{kHz} = 5 \cdot 10^3$ Hz – antrasis kintamosios srovės dažnis.

Rasti: antrąją kondensatoriaus talpinę varžą X_{C2}; kondensatoriaus talpą C.

Sprendimas

Talpinė kondensatoriaus varža $X_C = 1/(\omega C)$. Žinome, kad kampinis greitis $\omega = 2\pi f$, taigi galime išreikšti $X_{C1} = 1/(2\pi f_1 C)$. Iš čia kondensatoriaus talpa $C = 1/(2\pi f_1 X_{C1})$. Atlikę skaičiavimus gauname $C = 3\ \mu$F.

Antrąją kondensatoriaus talpinę varžą rasime iš formulės $X_{C2} = 1/(2\pi f_2 C)$. Atlikę skaičiavimus gauname $X_{C2} = 10\ \Omega$.

Ats. 3 μF; 10 Ω.

11.3.4 pavyzdys. Grandinėje, į kurią įjungtas rezistorius, ritė ir kondensatorius, teka kintamoji 0,8 A srovė. Grandinės aktyvioji varža 50 Ω, visos grandinės įtampa 200 V. Raskime visą grandinės varžą, galios koeficientą ir aktyviąją galią.

Duota: $I = 0{,}8$ A – grandine tekanti srovė; $R = 50\ \Omega$ – grandinės aktyvioji varža; $U = 200$ V – visos grandinės įtampa.

Rasti: visą grandinės varžą Z; galios koeficientą $\cos\varphi$; aktyviąją galią P.

Sprendimas

Visą grandinės varžą rasime iš Omo dėsnio: $Z = U/I = 250\ \Omega$. Aktyvioji galia $P = I^2 R$. Atlikę skaičiavimus gauname $P = 32$ W. Visa galia $S = UI = 160$ W. Galios koeficientas $\cos\varphi = P/S$. Atlikę skaičiavimus gauname $\cos\varphi = 0{,}2$.

Ats. 250 Ω; $\cos\varphi = 0{,}2$; 32 W.

11.3.5 pavyzdys. Grandinės dalyje, kuri parodyta paveiksle, įjungto rezistoriaus varža yra 50 Ω, ritės induktyvumas 0,1 H, o $U_2/U_1 = 2 = n$. Apskaičiuokime kondensatoriaus talpą ir srovės stiprio didžiausią vertę. Kintamosios elektros srovės dažnis $f = 50$ Hz.

Duota: $R = 50\ \Omega$ – grandinės aktyvioji varža; $L = 0{,}1$ H – ritės induktyvumas; $U_2/U_1 = 2 = n$ – įtampų grandinės dalyse santykis; $f = 50$ Hz – kintamosios elektros srovės dažnis.

Rasti: kondensatoriaus talpą C; srovės stiprio didžiausią vertę I_m.

Sprendimas

Visi grandinės elementai sujungti nuosekliai. Todėl jais teka vienodo stiprio kintamoji elektros srovė. Vadinasi, įtampų santykis lygus atitinkamų varžų santykiui: $U_2/U_1 = Z_2/Z_1 = n$. Antrosios grandinės dalies visa $Z_2 = \sqrt{\{R^2 + [1/(\omega C)]^2\}}$. Pirmosios grandinės dalies visa $Z_1 = \sqrt{\{R^2 + (\omega L)^2\}}$. Į įtampų santykio lygtį įrašę varžų Z_1 ir Z_2 išraiškas ir atlikę pertvarkymus, gauname kondensatoriaus talpos C išraišką:

$C = 2\pi f \sqrt{\{(n^2 - 1)R^2 + n^2 4\pi^2 f^2 L^2\}^{-1}}$.

Atlikę skaičiavimus gauname $C = 29{,}7\ \mu$F. Elektros srovės stiprio didžiausia vertė apskaičiuojama remiantis Omo dėsniu:

$I_m = U/Z = U/\sqrt{\{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2\}} = 3{,}3$ A.

Ats. 29,7 μF; 3,3 A.

11.3.6 pavyzdys. Virpamojo kontūro kondensatoriaus talpa $C_1 = 1\ \mu$F. Rezonansas šiame kontūre vyksta esant 400 Hz dažniui. Prie pirmojo kondensatoriaus lygiagrečiai prijungus kondensatorių C_2, rezonansas vyksta esant 100 Hz dažniui. Raskime antrojo kondensatoriaus talpą. Į virpamojo kontūro varžą neatsižvelgsime.

Duota: $C_1 = 1\ \mu\text{F} = 1\cdot 10^{-6}$ F – pirmojo kondensatoriaus talpa; $f_1 = 400$ Hz – pirmasis rezonansinis dažnis; $f_2 = 100$ Hz – antrasis rezonansinis dažnis.

Rasti: antrojo kondensatoriaus talpą C_2.

Sprendimas

Rezonansinis dažnis pirmuoju atveju $f_1 = 1/2\pi\sqrt{LC_1}$. Rezonansinis dažnis antruoju atveju $f_2 = 1/2\pi\sqrt{L(C_1 + C_2)}$. Iš čia $C_2 = C_1(f_1^2 - f_2^2)/f_2^2$. Atlikę skaičiavimus gauname $C_2 = 15\cdot 10^{-6}$ F = 15 μF.

Ats. 15 μF.

11.4. Kintamosios srovės darbas ir galia. Kintamosios srovės transformavimas

11.4.1 pavyzdys. Kodėl žeminančiojo transformatoriaus pirminės apvijos laidininkas plonesnis negu antrinės, o aukštinančiojo transformatoriaus atvirkščiai?

Ats. Žeminančiojo transformatoriaus antrinėje apvijoje teka stipresnė srovė.

11.4.2 pavyzdys. Kodėl, jei nėra galimybės greitai atjungti srovės, gelbstint nukentėjusįjį nuo elektros srovės negalima jo liesti plikomis rankomis, o reikia naudotis sausa lazda, guminėmis pirštinėmis, sausa medžiaga arba po nukentėjusiuoju pakišti sausą lentą?

Ats. Elektros srovė pavojinga ir gelbėtojui.

11.4.3 pavyzdys. Kodėl negalima liestis prie transformatorinės ir prie aukštos įtampos stulpo?

Ats. Gali būti blogai izoliuota transformatorinė ir aukštos įtampos stulpas. Tuo atveju tarp jų ir žemės susidarys aukšta įtampa.

11.4.4 pavyzdys. Pirminė žeminančiojo transformatoriaus apvija įjungta į 120 V įtampos tinklą. Transformacijos koeficientas $K = 10$. Antrinės apvijos varža 1,2 Ω, antrine transformatoriaus apvija teka 5 A srovė. Kokia įtampa yra antrinės apvijos gnybtuose? Laikysime, kad pirminėje apvijoje nėra energijos nuostolių.

Duota: $U_1 = 120$ V – įtampa; $K = 10$ – transformacijos koeficientas; $R_2 = 1{,}2\ \Omega$ – antrinės apvijos varža; $I_2 = 5$ A – antrine transformatoriaus apvija tekanti srovė.

Rasti: įtampą antrinės apvijos gnybtuose U_2.

Sprendimas

Transformacijos koeficientas $K = N_1/N_2 = E_1/E_2$ (1); čia E_1 ir E_2 – ev, indukuotos pirminėje ir antrinėje transformatoriaus grandinėse. Kadangi pirminėje apvijoje nėra energijos nuostolių, tai $E_1 = U_1$. Antrinės apvijos galuose įtampa $U_2 = E_2 - I_2R_2$; čia I_2R_2 – įtampos kritimas antrinėje apvijoje. Iš (1) lygties, laikydami lygiomis $E_1 = U_1$, rasime $E_2 = U_1/K$. Tada $U_2 = U_1/K - I_2R_2$. Atlikę skaičiavimus gausime $U_2 = 6$ V.

Ats. 6 V.

11.4.5 pavyzdys. Kintamosios srovės grandinėje ampermetras rodo 6 A stiprio srovę, voltmetras rodo 220 V įtampą, vatmetras – 600 W galią. Raskime kintamosios srovės galios koeficientą. Koks fazių kampas tarp įtampos ir srovės?

Duota: $U = 220$ V – įtampa; $I = 6$ A — kintamoji grandine tekanti srovė; $P = 600$ W – galia.

Rasti: kintamosios srovės galios koeficientą $\cos\varphi$; fazių kampą φ.

Sprendimas

Iš formulės $P = IU\cos\varphi$ rasime $\cos\varphi = P/UI$. Atlikę skaičiavimus gausime $\cos\varphi \approx 0{,}45$. Fazių kampas $\varphi = \arccos 0{,}45 \approx 63^\circ$.

Ats. 0,45; 63°.

11.4.6 pavyzdys. Pirmine transformatoriaus apvija teka 0,5 A srovė. Įtampa apvijoje 220 V. Transformacijos koeficientas $K = 22$. Raskime įtampą antrinėje apvijoje ir ja tekančią srovę.

Duota: $U_1 = 220$ V – pirminės apvijos įtampa; $I_1 = 0{,}5$ A – kintamoji srovė pirminėje apvijoje; $K = 22$ – transformacijos koeficientas.

Rasti: antrinės apvijos įtampą U_2; antrine apvija tekančią srovę I_2.

Sprendimas

Žinome, kad $K = U_1/U_2$. Tada $U_2 = U_1/K$. Atlikę skaičiavimus gauname $U_2 = 10$ V. Srovę, tekančią antrine apvija, rasime iš formulės $I_1/I_2 = U_2/U_1$: $I_2 = I_1U_1/U_2$. Atlikę skaičiavimus gauname $I_2 = 11$ A.

Ats. 10 V; 11 A.

11.4.7 pavyzdys. Žeminantysis transformatorius, kurio transformacijos koeficientas $K = 10$, įjungtas į 127 V įtampos tinklą. Antrinės apvijos varža $R_2 = 2\ \Omega$, ja teka 3 A srovė. Raskime įtampą antrinės apvijos gnybtuose. Į energijos nuostolius pirminėje apvijoje neatsižvelgsime.

Duota: $U_1 = 127$ V – pirminės apvijos įtampa; $K = 10$ – transformacijos koeficientas; $R_2 = 2\ \Omega$ – antrinės apvijos varža; $I_2 = 3$ A – antrine apvija tekanti srovė.

Rasti: antrinės apvijos įtampą U_2.

Sprendimas

Nepaisant energijos nuostolių pirminėje apvijoje, tranformacijos koeficientas $K = N_1/N_2 = U_1/(U_2 + I_2R_2)$. Iš šio sąryšio $U_2 = U_1/K - I_2R_2$. Atlikę skaičiavimus gauname $U_2 = 6{,}7$ V.

Ats. 6,7 V.

11.4.8 pavyzdys. Elektros perdavimo linijos ilgis 100 km, įtampa linijoje 200 kV. Raskime linijos naudingumo koeficientą (apkrovos įtampos santykį su į liniją tiekiama įtampa). Elektros perdavimo linijoje naudojami 150 mm^{2}skerspjūvio ploto aliuminio laidai. Perduodama galia 30 000 kW.

Duota: $U_1 = 200$ kV = $2{\cdot}10^5$ V – įtampa linijoje; $s = 100$ km = $1{\cdot}10^5$ m – linijos ilgis; $S = 150$ mm^2 = $150{\cdot}10^{-6}$ m^2 – laidų skerspjūvio plotas; $P = 30\,000$ kW = $30{\cdot}10^6$ W – perduodama galia; $\rho = 0{,}028{\cdot}10^{-6}\ \Omega$ m – aliuminio savitoji varža.

Rasti: linijos naudingumo koeficientą $\eta = U_2/U_1$.

Sprendimas

Linijoje teka srovė $I = P/U_1 = 150$ A. Kadangi elektros perdavimo linija dvilaidė, jos varža $R = \rho \cdot 2s/S \approx 37{,}3\ \Omega$. Įtampos kritimas perdavimo linijoje $U_k = IR \approx 6000$ V. Apkrovos įtampa $U_2 = U_1 - U_k$. Linijos naudingumo koeficientas $\eta = U_2/U_1 = (U_1 - U_k)/U_1$. Atlikę skaičiavimus gauname $\eta \approx 0{,}97$.

Ats. 0,97.

11.5. Užduotys

11.5.1. Ritės induktyvioji varža 500 Ω, efektinė tinklo, į kurį įjungta ritė, įtampa yra 100 V, kintamosios srovės dažnis 1 kHz. Raskite grandine tekančios srovės amplitudę ir ritės induktyvumą. Į ritės ir jungiamųjų laidų aktyvines varžas neatsižvelkite.

11.5.2. Nuosekliai su 1 kΩ aktyviaja varža įjungta ritė, kurios induktyvumas 0,5 H, ir kondensatorius, kurio talpa 1 μF. Apskaičiuokite induktyviąją, talpinę ir visą grandinės varžą, kai kintamosios srovės dažnis $f_1 = 50$ Hz ir $f_2 = 10$ kHz.

11.5.3. Kintamosios srovės generatorius maitina elektrinį šildytuvą, kurio varža 22 Ω. Koks šilumos kiekis išsiskiria šildytuve per valandą, kai juo tekančios srovės amplitudė yra 10 A?

11.5.4. Srovė pirminėje transformatoriaus apvijoje yra 0,5 A, įtampa apvijos galuose 220 V. Antrine apvija teka 11 A srovė, įtampa apvijos galuose 9,5 V. Raskite transformacijos koeficientą ir transformatoriaus naudingumo koeficientą.

11.5.5. Žeminančiojo transformatoriaus pirminė apvija prijungta prie 220 V įtampos. Antrine apvija teka 3 A srovė, šios apvijos varža 2 Ω. Transformacijos koeficientas $K = 8$. Raskite antrinės apvijos gnybtų įtampą. Į energijos nuostolius pirminėje apvijoje neatsižvelkite.

11.5.6. Pirminėje transformatoriaus apvijoje yra 12 000 vijų. Apvija prijungta prie 120 V įtampos. Antrinės apvijos varža 0,5 Ω, jos gnybtų įtampa 3,5 V, apvija teka 1 A srovė. Kiek vijų yra antrinėje apvijoje?

11.5.7. Transformatoriaus galia 50 kW. Kokia srovė teka pirmine ir antrine apvija, jeigu įtampa pirminėje apvijoje 10 kV, o antrinėje 400 V?

11.5.8. Autotransformatoriuje (11.7 pav.) antrinė apvija yra pirminės tęsinys. Kodėl antrinės apvijos galuose indukuojasi didesnė įtampa? Raskite įtampą antrinės apvijos, turinčios 1500 vijų, galuose, jeigu įtampa pirminės apvijos galuose 220 V, o joje yra 1100 vijų.

11.5.9. Kintamosios elektros srovės generatoriaus rotorius turi 6 poras polių. Koks yra jo sukimosi dažnis, kai generuojama standartinio dažnio ($f = 50$ Hz) kintamoji elektros srovė?

11.5.10. 7 MW elektros srovės galią reikia perduoti 35 km ilgio ir 140 kV įtampos linija. Energijos nuostoliai neturi viršyti 5%. Apskaičiuokite linijos varinių laidų skerspjūvio plotą.

11.5.11. Elektros tinklo įtampos efektinė vertė 220 V. Kokiai įtampai turi būti apskaičiuota laidų izoliacija?

11.5.12. Neoninės lempos uždegimo įtampa 150 V. Kodėl ši lempa užsidega, įjungta į 127 V įtampos kintamosios srovės tinklą?

11.5.13. Elektrinėje grandinėje nuosekliai sujungti trys elementai, kurių varžos $R = 4\ \Omega$, $X_{\mathrm{L}} = 8\ \Omega$ ir $X_{\mathrm{C}} = 5\ \Omega$. Prie grandinės galų prijungta 120 V kintamoji įtampa. Raskite visą grandinės varžą, ja tekančios srovės ir kiekvienos grandinės dalies įtampų amplitudes.

11.5.14. Įjungus elektros variklį į kintamosios įtampos tinklą, voltmetras rodė 200 V, ampermetras – 7 A, o vatmetras – 900 W. Raskite galios koeficientą.

11.5.15. Pirminėje transformatoriaus apvijoje yra 20 vijų. Kiek vijų turi būti antrinėje apvijoje, kad transformatorius aukštintų įtampą nuo 220 V iki 11 000 V? Koks transformacijos koeficientas?

11.5.16. Į gamyklą nutiesta 6600 V įtampos linija. Gamyklos transformatorinės transformatoriaus pirminė apvija turi 3300 vijų, o antrinė – 110 vijų. Kokia įtampa gamyklos elektros tinkle? Kokia galia vartojama, kai teka 200 A elektros srovė?

11.5.17. Žeminančiojo transformatoriaus pirminė apvija prijungta prie kintamosios srovės šaltinio, kurio įtampa 220 V, gnybtų. Antrinės grandinės įtampa 20 V, o aktyvioji varža 1 Ω. Šia grandine teka 2 A stiprio srovė. Apskaičiuokite transformacijos ir naudingumo koeficientus.

11.5.18. Grandinės, kuria teka kintamoji elektros srovė, gnybtų įtampos kitimas laiko atžvilgiu išreikštas lygtimi $U = U_{\mathrm{m}} \sin(\omega t + \pi/6)$. Laiko momentu $t = T/12$ momentinė įtampa $U = 10$ V, periodas $T = 0{,}01$ s. Raskite įtampos amplitudę U_{m}, dažnį f, kampinį dažnį ω, pradinę fazę φ_0.

11.5.19. Kintamosios srovės grandinėje srovės ir įtampos kitimai išreikšti lygtimis $I = I_{\mathrm{m}} \sin \omega t$ ir $U = U_{\mathrm{m}} \sin(\omega t + \varphi)$. Į šią grandinę nuosekliai įjungta aktyvioji 1 kΩ varža, 0,5 H induktyvumo ritė ir 1 μF kondensatorius. Kintamosios srovės dažnis 50 Hz, $U_{\mathrm{m}} = 100$ V. Raskite fazių skirtumą tarp įtampos ir srovės. Kokia galia grandinėje?

11.5.20. Prie kintamosios srovės generatoriaus gnybtų prijungtas 0,1 μF talpos kondensatorius. Srovės amplitudė $I_{\mathrm{m}} = 2{,}2$ A; periodas $T = 1/5000$ s. Raskite didžiausią įtampos vertę.

11.5.21. Solenoido (cilindrinės ritės) su geležine šerdimi induktyvumas 2 H, aktyvioji varža 10 Ω. Solenoidas įjungiamas į: a) nuolatinės srovės grandinę, kurios gnybtų įtampa 20 V; b) kintamosios srovės grandinę, kurios efektinė įtampa 20 V, dažnis $f = 400$ Hz. Raskite abiem atvejais solenoidu tekančią srovę.

11.5.22. Transformatoriaus šerdis ir jo apvijos darbo metu įkaista. Paaiškinkite, kodėl. Ką daryti turint galingus transformatorius?

11.5.23. Dvipolės kintamosios srovės mašinos rotorius sukasi 300 aps./min. greičiu. Raskite srovės virpesių periodą.

11.5.24. 50 Ω varžos elektrinis virdulys įjungtas į 50 Hz dažnio ir 220 V kintamosios įtampos tinklą. Parašykite virdulio įtampos ir virduliu tekančios srovės stiprio lygtis.

11.5.25. Elektros tinklo įtampa kinta pagal dėsnį $U = 310 \sin \omega_0 t$. Kiek šilumos per 1 min. išskirs į šį tinklą įjungta elektrinė viryklė, kurios aktyvioji varža 60 Ω?

11.5.26. Į kintamosios srovės, kurios dažnis 50 Hz, įjungto kondensatoriaus induktyvioji varža yra 500 Ω. Raskite kondensatoriaus talpą.

11.5.27. Srovės stipris grandinėje, kurioje įjungtas C talpos kondensatorius, kinta pagal dėsnį $I = 5 \cos 30t$. Parašykite kondensatoriaus įtampos kitimo lygtį.

11.5.28. Į kintamosios srovės grandinę nuosekliai įjungti 15 Ω aktyviosios varžos rezistorius, 30 Ω induktyviosios varžos ritė ir 22 Ω talpinės varžos kondensatorius. Apskaičiuokite visą grandinės varžą.

11.5.29. Kintamosios srovės grandinėje, kurioje įtampos efektinė vertė yra 110 V, nuosekliai įjungti 0,5 μF talpos kondensatorius, 200 mH induktyvumo ritė ir 4 Ω aktyviosios varžos rezistorius. Kokia yra ta grandine tekančios srovės amplitudė, kai jos dažnis 100 Hz? Koks turi būti kintamosios srovės dažnis, kad įvyktų rezonansas?

11.5.30. Raskite virpamojo kontūro kondensatoriaus talpą, jeigu žinoma, kad esant 100 μH induktyvumui, kontūras suderintas rezonansui 300 m ilgio elektromagnetinėms bangoms ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s).

11.5.31. Ar suderinti rezonansui radijo siųstuvo ir imtuvo kontūrai, kurių parametrai yra šie: $C_1 = 200$ pF; $L_1 = 2$ mH; $C_2 = 100$ pF; $L_2 = 4$ mH?

12. Geometrinė optika

Geometrinė optika – tai fizikos sritis, nagrinėjanti šviesos energijos sklidimo skaidriomis aplinkomis dėsnius, paremtus šviesos spindulių vaizdiniu. Svarbiausi jos dėsniai yra: šviesos tiesiaeigio sklidimo dėsnis, atspindžio ir lūžio dėsniai. Tiesė, rodanti šviesos sklidimo kryptį, vadinama *šviesos spinduliu.*

Šviesos tiesiaeigio sklidimo dėsnis

Vienalyte aplinka šviesa sklinda tiesiai. Šį dėsnį įrodo šešėlių ir pusšešėlių susidarymas.

Šviesos atspindžio dėsniai

1. Krintantysis spindulys, atspindėtasis spindulys ir statmuo dviejų aplinkų riboje iš kritimo taško yra vienoje plokštumoje.
2. Atspindžio kampas lygus kritimo kampui (12.1 pav.)

Šviesos lūžio dėsniai

1. Krintantysis spindulys, lūžęs spindulys ir statmuo dviejų aplinkų riboje iš kritimo taško yra vienoje plokštumoje.
2. Kritimo kampo α sinuso santykis su lūžio kampo β sinusu toms pačioms dviem aplinkoms yra pastovus dydis, lygus santykiniam šviesos lūžio rodikliui n_{21}:
$\sin\alpha/\sin\beta = n_{21}$.

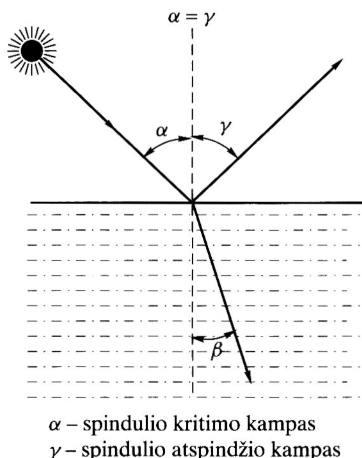
Santykinis šviesos lūžio rodiklis rodo, kiek kartų šviesos greitis pirmojoje aplinkoje skiriasi nuo jos greičio antrojoje aplinkoje: $n_{21} = n_2/n_1 = v_1/v_2$; čia n_1 ir n_2 – absoliutiniai lūžio rodikliai. Absoliutiniu šviesos lūžio rodikliu vadinamas dydis, rodantis, kiek kartų šviesos greitis vakuume didesnis negu aplinkoje: $n = c/v$, čia c – šviesos greitis vakuume, v – šviesos greitis aplinkoje. Aplinka, kurioje $n_{21} = 1$, vadinama *vienalyte.* Joje šviesa sklinda tiesiai.

Krintantysis ir lūžęs spindulys apgręžiami (12.1 pav.). Išeidamas iš optiškai tankesnės aplinkos į optiškai retesnę, šviesos spindulys nutolsta nuo statmens (išskyrus statmenąjį kritimą, kai $\alpha = 0$). O kai kampas $\alpha = \alpha_{\text{rib}}$, kuriam tinka sąlyga $\sin\alpha_{\text{rib}}/\sin 90^\circ = n_{21}$, šviesa į optiškai retesnę aplinką nepatenka, ji visiškai atsispindi. Kadangi $\sin 90^\circ = 1$, galima parašyti visiško atspindžio lygtį:

$$\sin\alpha_{\text{rib}} = n_{21} = n_2/n_1.$$

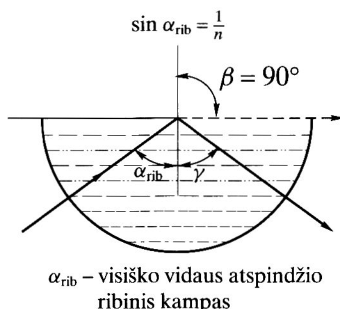
Kritimo kampas α_{rib} vadinamas ribiniu visiško atspindžio kampu (12.2 pav.)

Skaidrus kūnas, ribojamas dviejų sferinių paviršių, vadinamas *lęšiu.* Lęšiai skirstomi į iškiliuosius ir įgaubtuosius. *Iškilieji* lęšiai yra ties viduriu storesni, *įgaubtieji* – plonesni. Iškilieji lęšiai vadinami glaudžiamaisiais, įgaubtieji – sklaidomaisiais. Glaudžiamasis lęšis į jį krintantį lygiagrečių spindulių pluoštą suglaudžia viename taške, kuris vadinamas *lęšio židiniu.* Sklaidomasis lęšis į jį krintantį lygiagrečių spindulių pluoštą išskleidžia taip, kad tų spindulių tęsiniai



α – spindulio kritimo kampas
γ – spindulio atspindžio kampas

12.1 pav.



α_{rib} – visiško vidaus atspindžio ribinis kampas

12.2 pav.

susikerta viename taške – *menamajame* lęšio *židinyje*. Tiesė, einanti per lęšio paviršių kreivumo centrus, vadinama *pagrindine optine ašimi*. Taškas, per kurį einantys spinduliai nelūžta, vadinamas lęšio *optiniu centru O*. Tiesė, einanti per lęšio optinį centrą, vadinama *lęšio optine ašimi*. Lygiagretūs pagrindinei optinei ašiai spinduliai, praėję glaudžiamąjį lęšį, susikerta pagrindiniame lęšio židinyje F (SI matuojamas m). Atstumas OF nuo lęšio optinio centro iki pagrindinio židinio vadinamas *pagrindinio židinio nuotoliu* F (12.3 pav.). Dydis, atvirkščias pagrindiniam židinio nuotoliui, vadinamas *lęšio laužiamaja geba* D: $D = 1/F$. Lęšio laužiamoji geba SI matuojama dioptrijomis D. Ji priklauso nuo lęšio medžiagos lūžio rodiklio ir paviršių kreivumo spindulių:

$$D = (n - 1)(1/R_1 + 1/R_2).$$

Lęšių sistemos optinė geba lygi tų lęšių optinių gebų sumai:

$$D = D_1 + D_2 + D_3 + \cdots$$

Lęšio formulė:

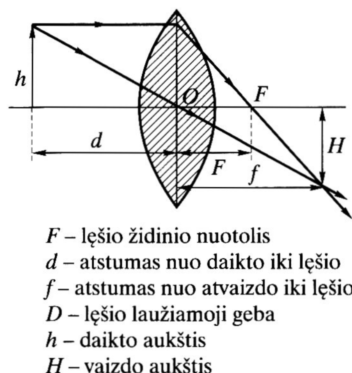
$$\pm 1/d \pm 1/f = \pm 1/F;$$

čia d – daikto nuotolis nuo lęšio, f – atvaizdo nuotolis nuo lęšio, F – lęšio židinio nuotolis. Lęšio didinimo koeficientas

$$k = f/d = (f - F)/F.$$

Optinės lęšių sistemos bendras didinimo koeficientas

$$k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdots$$



F – lęšio židinio nuotolis
d – atstumas nuo daikto iki lęšio
f – atstumas nuo atvaizdo iki lęšio
D – lęšio laužiamoji geba
h – daikto aukštis
H – vaizdo aukštis

12.3 pav.

Lęšio formulė universali. Ji tinka glaudžiamiesiems ir sklaidomiesiems lęšiams bei sferiniams veidrodžiams. Įsidėmėtina, kad atstumai nuo optinio centro iki tariamojo atvaizdo ir tariamojo židinio yra neigiami.

Lupos didinimas

$$k = f_0/F;$$

čia $f_0 = 0{,}25$ m – geriausio matymo nuotolis. Teleskopo didinimas

$$k = F_{ob}/F_{ok};$$

čia F_{ob} ir F_{ok} – teleskopo objektyvo ir okuliaro židinių nuotoliai. Teleskopo vamzdžio ilgis l randamas pagal formulę

$$l = F_{ob} + F_{ok}.$$

Mikroskopo didinimo koeficientas

$$k = k_1 \cdot k_2,$$

čia k_1 ir k_2 – objektyvo ir okuliaro didinimo koeficientai.

Metodiniai nurodymai

Kritimo, atspindžio ir lūžio kampai matuojami tarp spindulio krypties ir statmens paviršiui. *Plokščiasis veidrodis* – tai lygus paviršius, nuo kurio atsispindėję spinduliai išlieka lygiagretūs. Daikto atvaizdas, kurį sukuria veidrodis, taip pat ir lęšis – tai visų jo taškų atvaizdų visuma. Plokščiasis veidrodis sukuria tiesų tariamąjį atvaizdą, kuris yra tokio pat didumo kaip daiktas ir simetriškas daiktui veidrodžio plokštumos atžvilgiu. Tikrasis atvaizdas susidaro susikertant patiems spinduliams, o tariamasis – jų tęsiniams. Tariamasis atvaizdas matomas tik iš tam tikrų vietų. Uždaviniams spręsti taikant atspindžio dėsnius, apskaičiuojami atvaizdų ir daiktų matmenys bei jų padėtys veidrodžių atžvilgiu.

Siūlome šviesos atspindžio uždavinius spręsti šia tvarka:

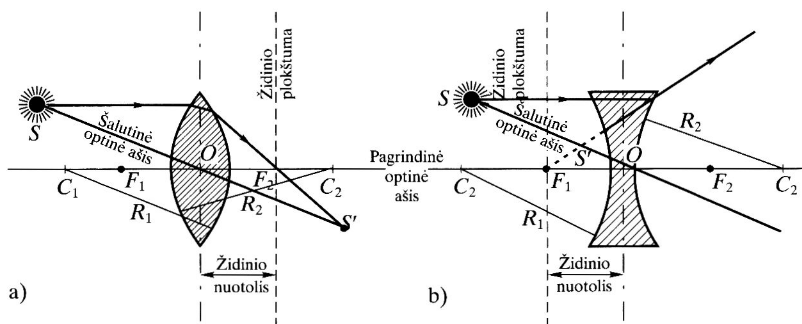
1. Nubraižyti uždavinio turinį iliustruojantį brėžinį.
2. Brėžinyje rasti taško atvaizdą (pakanka nustatyti dviejų iš to taško sklindančių spindulių eigą). Jeigu reikia rasti ne taško, o daikto atvaizdą, reikia pasirinkti kelis būdingus taškus ir rasti jų atvaizdus, tada juos sujungti.
3. Apskaičiuoti ieškomuosius dydžius.

Šviesos spindulys, kritęs į dviejų aplinkų ribą, ne tik atsispindi, bet ir lūžta, t. y. dalis jo energijos pereina į kitą aplinką. Aplinka, kuria šviesa sklinda mažesniu greičiu, vadinama optiškai tankesne, o aplinka, kuria šviesa sklinda didesniu greičiu – optiškai retesne. Šviesai pereinant iš optiškai retesnės aplinkos į optiškai tankesnę, lūžio kampas mažesnis už kritimo kampą, o šviesai pereinant iš optiškai tankesnės aplinkos į optiškai retesnę, lūžio kampas didesnis už kritimo kampą. Siūlome šviesos lūžio uždavinius spręsti šia tvarka:

1. Nubraižyti brėžinį, parodyti spindulių eigą iš vienos aplinkos į kitą.
2. Parašyti lūžio dėsnio formulę kiekvienam spindulio perėjimui iš vienos aplinkos į kitą.
3. Parašyti kitas reikalingas formules.
4. Iš gautos lygties (lygčių sistemos) rasti ieškomąjį dydį.

5. Išnagrinėti rezultatus ir suformuluoti atsakymą.
6. Kai spindulys krinta į ribą su optiškai retesne aplinka, prieš brėžiant lūžusį spindulį, reikia patikrinti, ar jis išeis į antrąją aplinką.

Sprendžiant uždavinius su lęšiais, nagrinėjami tik ploni lęšiai, kurių storis yra nykstamai mažas palyginti su jų skersmeniu ir židinio nuotoliu. Praeidami pro lęšį, spinduliai lūžta du kartus. Braižant spindulių sklidimą pro ploną lęšį, dvigubas lūžis pakeičiamas vienu lęšio pagrindinėje plokštumoje. Naudojantis lęšio formule $1/F = 1/d + 1/f$ reikia atkreipti dėmesį į ženklus. Glaudžiamųjų lęšių židinio nuotolis F visada teigiamas, sklaidomųjų – neigiamas. Atstumas d laikomas teigiamu, kai atvaizdas realus, neigiamu – kai jis tariamas. Atstumas f yra teigiamas, kai atvaizdas realus, neigiamas – kai tariamas. Lęšiu gaunamo atvaizdo vietą galima sužinoti dvejopai: apskaičiuoti algebriškai arba nubraižyti spindulių eigą, t. y. geometriškai. Braižant plonu lęšiu gaunamą atvaizdą, galima pasirinkti du iš trijų „patogių“ spindulių: praeinantį pro lęšio optinį centrą (spindulys nelūžta), krintantį lygiagrečiai pagrindinei optinei ašiai (lūžęs spindulys eina per lęšio židinį), praeinantį per pagrindinį židinį (lūžęs jis eina lygiagrečiai pagrindinei optinei ašiai) (12.4 a ir b pav.).



12.4 pav.

Išgaubtasis lęšis gali būti sklaidomasis, jeigu jis yra tokioje aplinkoje, kurios lūžio rodiklis didesnis už lęšio medžiagos lūžio rodiklį. Iš formulės

$$k = H/h = |f|/|d|$$

apskaičiuojamas tik lęšio linijinis didinimas.

Siūlome uždavinius su lęšiais spręsti šia tvarka:

1. Nubraižyti brėžinį, jame pavaizduoti lęšį, optinę ašį, būdinguosius taškus, atstumus.
2. Nubraižyti spindulių kelią, rasti taškų atvaizdus (daikto atvaizdą).
3. Parašyti plono lęšio formulę ir didinimo formulę, siejančias atstumus d, f, F.
4. Jeigu reikia, parašyti kitas formules.
5. Iš gautos lygties (lygčių sistemos) rasti reikiamą dydį.
6. Išanalizuoti rezultatą ir suformuluoti atsakymą.

UŽDAVINIŲ SPRENDIMO PAVYZDŽIAI IR UŽDUOTYS

12.1. Tiesiaeigis šviesos sklidimas. Šviesos atspindys

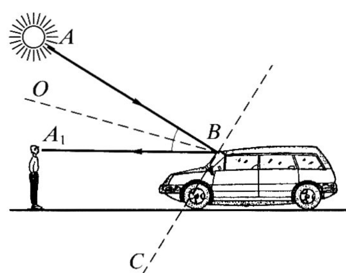
12.1.1 pavyzdys. Keliu einantis žmogus pamatė automobilio priekiniame stikle saulę. Kokiu kampu į horizontą buvo pakrypęs stiklas, jei saulės aukštis virš horizonto tada buvo 18°, o į žmogaus akį pateko gulsčiai sklindantis atsispindėjęs spindulys?

Duota: $\alpha = 18^\circ$ – saulės aukštis virš horizonto.

Rasti: stiklo pakrypimo į horizontą kampą $\angle A_1BC$.

Sprendimas

Nubraižome spindulių eigą: AB – krintantis į stiklą spindulys, A_1B – atsispindėjęs spindulys, BO – statmena stiklui tiesė, nubrėžta per kritimo tašką. Pagal šviesos atspindžio dėsnį kritimo kampas ABO lygus atspindžio kampui OBA_1 t. y. $\angle ABO = \angle OBA_1 = 18:2 = 9^\circ$. Brėžinyje matome, kad $\angle A_1BC = 90^\circ - 9^\circ = 81^\circ$.



Ats. 81°.

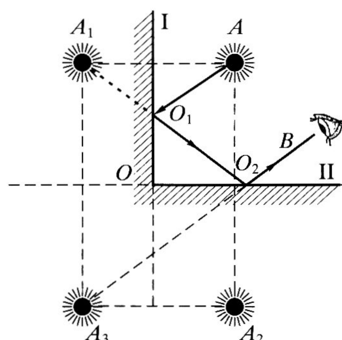
12.1.2 pavyzdys. Švytintis taškas A yra tarp dviejų plokščiųjų veidrodžių, sudarančių 90° kampą. Keli taško atvaizdai susidaro veidrodžiuose?

Duota: $\alpha = 90^\circ$ – kampas tarp dviejų plokščiųjų veidrodžių; A – švytintis taškas.

Rasti: N – taško atvaizdų skaičių veidrodžiuose.

Sprendimas

Nubraižome brėžinį. Švytinčiam taškui A esant tarp stačiu kampu susikertančių I ir II veidrodžių, jo spinduliai kris į abu veidrodžius ir atsispindės. Vieno veidrodžio sudaromą tariamąjį atvaizdą galime laikyti daiktu, kurio atvaizdą sudarys kitas veidrodis. AO_1 – į I veidrodį krintantis spindulys, O_1O_2 – nuo I veidrodžio atsispindėjęs ir į II veidrodį krintantis spindulys, O_2B – nuo II veidrodžio atsispindėjęs spindulys.
Brėžinyje randame šiuos atvaizdus: taškas A_1 – taško A atvaizdas I veidrodyje, A_2 – jo atvaizdas II veidrodyje, A_3 – taško A_1 atvaizdas II veidrodyje. Susidaro 3 atvaizdai, $N = 3$.



Ats. 3.

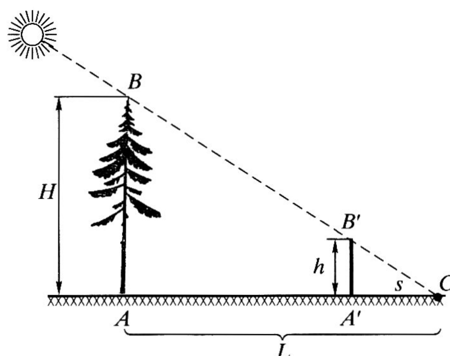
12.1.3 pavyzdys. Kaip saulėtą dieną, žinodamas savo ūgį, keliautojas gali nustatyti medžio aukštį?

Duota: keliautojo ūgis h.

Rasti: medžio aukštį H.

Sprendimas

Nubraižome brėžinį. Pirmiausia išmatuojame keliautojo šešėlio ilgį A′C = s. Pažymime A′B′ = h. Tada išmatuojame medžio šešėlio ilgį AC = L. Medžio aukštį randame iš panašių trikampių ABC ir A′B′C: $H = Lh/s$.



Ats. $H = Lh/s$.

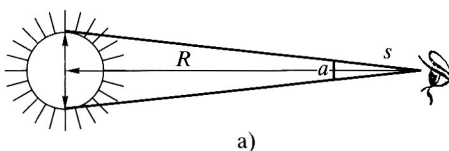
12.1.4 pavyzdys. Kaip apytiksliai nustatyti Saulės skersmenį? Žinome, kad atstumas iki Saulės yra 150 mln. km.

Duota: R = 150 mln. km – atstumas iki Saulės.

Rasti: Saulės skersmenį D.

Sprendimas

Šiam eksperimentui atlikti reikia milimetrinės liniuotės ir specialios plėvelės Saulės filtrui pasigaminti. Prie filtro pridedame liniuotę ir pro jį žiūrime į Saulę (a ir b pav.). Liniuote išmatuojame matomąjį Saulės skersmenį d milimetrais. Saulės skersmuo $D = Rd/s$, čia s – atstumas nuo akies iki filtro. Vieno bandymo metu buvo gauti tokie duomenys: d = 6 mm; s = 60 cm; D = 1,5 mln. km.



a)



b)

Ats. $D = Rd/s$.

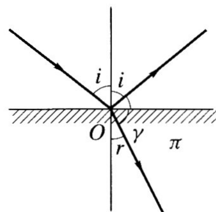
12.2. Šviesos lūžis. Visiškas atspindys

12.2.1 pavyzdys. Į stiklinę (lūžio rodiklis $n = 1{,}5$) plokštelę krinta šviesos spindulys. Kampas tarp atsispindėjusio ir lūžusio spindulių yra 90°. Raskime spindulio kritimo kampą.

Duota: $n = 1{,}5$ – stiklo lūžio rodiklis; $\gamma = 90° = 1{,}57$ rad – kampas tarp atsispindėjusio ir lūžusio spindulių.

Rasti: spindulio kritimo kampą i.

Sprendimas



Nubraižome spindulių eigą. Iš brėžinio aišku, kad $i + \gamma + r = \pi$. Iš čia $r = \pi - \gamma - i$. Įrašę γ vertę, gauname $r = \pi/2 - i$ (1).

Užrašome lūžio dėsnio formulę $\sin i/\sin r = n$ (2). Iš (1) ir (2) lygčių randame $\sin r = \sin(\pi/2 - i) = \cos i$. Todėl (2) lygtį užrašome taip: $\sin i/\cos i = \mathrm{tg}\, i = n$. Iš čia $i = \mathrm{arctg}\, n$. Atlikę skaičiavimus gauname $i \approx 0{,}98$ rad = 56°.

Ats. 56°.

12.2.2 pavyzdys. Šviesos spindulys sklinda iš terpentino į orą. Nustatyta, kad ribinis kritimo kampas lygus $42^\circ 23'$. Kokiu greičiu šviesa sklinda terpentinu?

Duota: $\alpha_{\text{rib}} = 42^\circ 23'$ – ribinis kritimo kampas, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s – šviesos greitis ore (šviesos greitis vakuume ir ore skiriasi vos 0,0003 dalimi, todėl galima naudotis tomis pačiomis vertėmis).

Rasti: v – šviesos greitį terpentine.

Sprendimas

Ryšys tarp terpentino ir oro lūžio rodiklių n_1, n_2 bei šviesos greičių tose aplinkose išreiškiamas lygtimi $n_2/n_1 = v/c$ (1). Parašome visiško atspindžio lygtį $\sin \alpha_{\text{rib}} = n_2/n_1$ (2). Palyginę (1) ir (2) lygybes, matome, kad sin α_{rib} = v/c Iš čia $v = c \sin \alpha_{\text{rib}}$. Atlikę skaičiavimus gauname $v \approx 2{,}01 \cdot 10^8$ m/s.

Ats. $2{,}01 \cdot 10^8$ m/s.

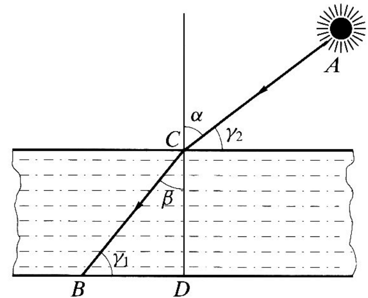
12.2.3 pavyzdys. Narui, esančiam po vandeniu, atrodo, kad Saulės spinduliai krinta į vandens paviršių 60° kampu. Kokiu kampu Saulė pakilusi virš horizonto?

Duota: $\gamma_1 = 60^\circ$ – kampas, kuriuo naras mato saulę; $n = 1{,}33$ – vandens lūžio rodiklis.

Rasti: Saulės pakilimo kampą γ_2.

Sprendimas

Nubraižome brėžinį. Pagal šviesos lūžio dėsnį $\sin \alpha / \sin \beta = n$. Brėžinyje krintantis spindulys yra AC, o lūžęs spindulys CB. Iš trikampio CBD randame: $\beta = 90^\circ - \gamma_1 = 30^\circ$. Tada $\sin \alpha = n \sin \beta = 0{,}67$. $\alpha = 42^\circ$. Tikrasis Saulės aukštis virš horizonto $\gamma_2 = 90^\circ - \alpha = 48^\circ$.



Ats. 48°.

12.2.4 pavyzdys. Koks yra visiškojo vidaus atspindžio ribinis kampas, šviesai pereinant iš stiklo į vandenį? Stiklo lūžio rodiklis 1,5, vandens lūžio rodiklis 1,33.

Duota: $n_1 = 1{,}5$ – stiklo lūžio rodiklis; $n_2 = 1{,}33$ – vandens lūžio rodiklis.

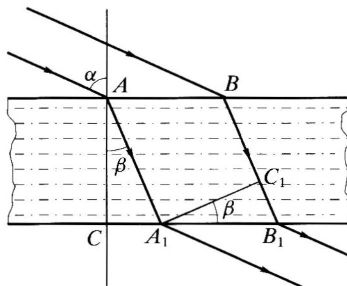
Rasti: ribinį visiškojo atspindžio kampą α_{rib}.

Sprendimas

Ribinį kampą, kuriuo krintantys spinduliai visiškai atsispindi, rasime iš lūžio dėsnio $\sin \alpha_{\text{rib}} / \sin \beta = n_2/n_1$. Lūžio kampas β visiškojo vidaus atspindžio atveju lygus 90°. Apskaičiuojame: $\sin \alpha_0 / \sin 90^\circ = 1{,}33/1{,}5$. Iš čia $\sin \alpha_{\text{rib}} = 0{,}866$; $\alpha_{\text{rib}} = 62^\circ$.

Ats. 62°.

12.2.5 pavyzdys. Du lygiagretūs spinduliai krinta į stiklinę gretasienę plokštelę 60° kampu. Atstumas tarp plokštelėje sklindančių spindulių yra 0,7 cm. Stiklo lūžio rodiklis 1,5. Koks atstumas yra tarp taškų A_1 ir B_1?



Duota: $A_1C_1 = 0{,}7$ cm $= 7\cdot10^{-3}$m – atstumas tarp plokštelėje sklindančių spindulių; $\alpha = 60^\circ$ – kritimo kampas; $n = 1{,}5$ – stiklo lūžio rodiklis.

Rasti: A_1B_1 – atstumą tarp taškų A_1 ir B_1.

Sprendimas

Iš stačiojo trikampio $A_1B_1C_1$ randame: $A_1B_1 = A_1C_1/\cos\beta$. Statieji trikampiai ACA_1 ir $A_1B_1C_1$ – panašūs. Kampai CAA_1 ir $C_1A_1B_1$ lygūs lūžio kampui β. Jį rasime pasinaudoję šviesos lūžio dėsniu: $\sin\alpha/\sin\beta = n$. Iš čia $\sin\beta = \sin\alpha/n$. Apskaičiuojame $\sin\beta = 0{,}58$; $\beta = 35^\circ$. $A_1B_1 = A_1C_1/\cos\beta$. Atlikę skaičiavimus gauname $A_1B_1 = 8{,}5\cdot10^{-3}$ m.

Ats. $8{,}5\cdot10^{-3}$ m.

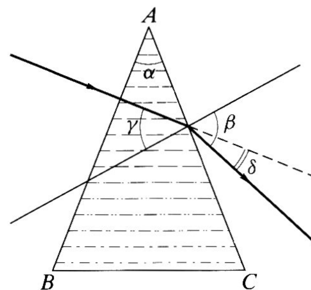
12.2.6 pavyzdys. Kokiu kampu spindulį nukreipia trikampė prizmė, kurios laužiamasis kampas lygus 3°? Spindulys krinta statmenai į prizmės priekinę sienelę. Stiklo lūžio rodiklis yra 1,5.

Duota: $\gamma = 3^\circ$ – prizmės laužiamasis kampas; $\alpha = 0^\circ$ – kritimo kampas; $n = 1{,}5$ – stiklo lūžio rodiklis.

Rasti: δ – kampą, kuriuo spindulį nukreipia trikampė prizmė.

Sprendimas

Nubraižome spindulio eigą pro prizmę. Spindulio kritimo kampas lygus nuliui. Į antrąją sienelę AC spindulys krinta kampu α, lygiu prizmės laužiamajam kampui (šių kampų kraštinės statmenos). Apskaičiuojame lūžio kampą β: $\sin\gamma/\sin\beta = n$. Iš čia $\sin\beta = n\sin\gamma = 0{,}078$; $\beta = 4{,}5^\circ$. Iš brėžinio matome, kad prizmė nukreipia spindulį kampu $\delta = \gamma - \beta = 1{,}5^\circ$.



Ats. 1,5°.

12.3. Lęšiai. Braižymo uždaviniai

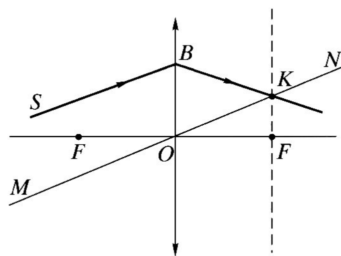
12.3.1 pavyzdys. Spindulys sklinda pro ploną glaudžiamąjį lęšį nelygiagrečiai pagrindinei optinei ašiai. Nubraižykime spindulio eigą.

Duota: SB – spindulys, glaudžiamasis lęšis, lęšio pagrindinė optinė ašis.

Rasti: spindulio eigos padėtį.

Sprendimas

Braižome brėžinį. Brėžinyje pažymėję lęšį, jo optinę ašį ir krintantį spindulį, nubrėžiame šalutinę optinę ašį MN, lygiagrečią spinduliui SB. Po to nubrėžiame židinio plokštumą ir randame tašką K, kuriame tą plokštumą kerta šalutinė optinė ašis. Per tą tašką ir eis lūžęs spindulys BK.



Ats. Žr. pav.

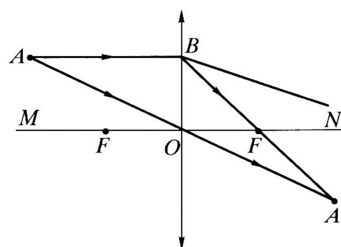
12.3.2 pavyzdys. Žinodami daikto A ir jo atvaizdo A_1 vietą lęšio pagrindinės optinės ašies MN atžvilgiu, raskime glaudžiamojo lęšio židinių vietą.

Duota: A – daiktas, A_1 – jo atvaizdas, glaudžiamasis lęšis, MN – lęšio pagrindinė optinė ašis.

Rasti: lęšio židinius *F*.

Sprendimas

Braižome brėžinį. Taškas, kuriame tiesė, nubrėžta per taškus A ir A_1, kerta pagrindinę optinę ašį MN, yra lęšio optinis centras O. Per šį tašką nubrėžiame statmenį pagrindinei optinei ašiai. Randame lęšio plokštumos padėtį. Lygiagretus pagrindinei optinei ašiai MN spindulys AB, lūžęs lęšyje, eina per tašką A_1 ir už lęšio esantį židinį F. Simetriškai jo plokštumos atžvilgiu yra židinys, esantis prieš lęšį.



Ats. Žr. pav.

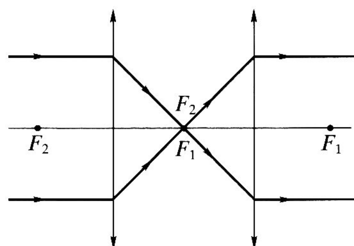
12.3.3 pavyzdys. Kaip reikia išdėstyti du glaudžiamuosius lęšius, kad pro juos praėję du lygiagretūs spinduliai liktų lygiagretūs?

Duota: du glaudžiamieji lęšiai; du lygiagretūs spinduliai.

Rasti: lęšių padėtį.

Sprendimas

Braižome brėžinį. Spindulius, lygiagrečius optinei ašiai, glaudžiamasis lęšis surenka židinio plokštumoje. Kadangi spinduliams galioja apgręžiamumo principas, tai iš židinio plokštumos sklindantys spinduliai lūžta lęšyje ir iš jo išeina lygiagretūs. Duotu atveju lęšius reikia išdėstyti taip, kad vieno lęšio dešiniojo židinio plokštuma sutaptų su kito lęšio kairiojo židinio plokštuma.



Ats. Žr. pav.

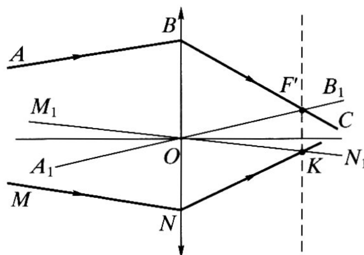
12.3.4 pavyzdys. Brėžinyje pavaizduota spindulio ABC eiga pro glaudžiamąjį lęšį. Įrodykime, kad spindulys MN lūžta lęšyje ir eina per jo židinio plokštumą.

Duota: spindulys AB.

Rasti: ar spindulys MN lūžta lęšyje ir eina per jo židinio plokštumą.

Sprendimas

Papildome brėžinį, lygiagrečiai spinduliui AB nubrėždami šalutinę optinę ašį A_1B_1. Taškas F_1, kuriame ašis susikerta su spinduliu BC, yra židinio plokštumoje. Per lęšio optinį centrą brėžiame spindulį M_1N_1, lygiagretų duotajam spinduliui MN. Taške K jis kerta židinio plokštumą. Per ją eina lūžęs MN spindulys.



Ats. Žr. pav.

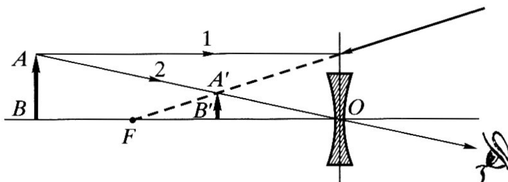
12.3.5 pavyzdys. Daiktas AB padėtas 50 cm atstumu nuo sklaidomojo lęšio, kurio laužiamoji geba $D = -3$ D. Nustatykime, kur susidarys atvaizdas ir koks jis bus. Uždavinį spręskime grafiškai.

Duota: sklaidomasis lęšis, $d = 50$ cm = 0,5 m – daikto atstumas nuo lęšio; $D = -3$ D – lęšio laužiamoji geba.

Rasti: kur susidarys atvaizdas A′B′ (f) ir koks jis bus.

Sprendimas

Apskaičiuojame lęšio židinio nuotolį F : $F = 1/D = -0{,}33$ m. Parenkame mastelį: 1:5. Braižome brėžinį. Jame pažymime lęšio padėtį, daiktą AB, jo židinį F. Norėdami rasti atvaizdą A′B′, brėžiame du spindulius: 1 spindulį lygiagretų pagrindinei optinei ašiai. Lūžęs jis eis taip, kad jo tęsinys eis per lęšio židinį F; 2 spindulį, einantį per lęšio optinį centrą O, jis nelūžta. Akis, esanti lęšio dešinėje, daikto AB atvaizdą A′B′ pamatys šių spindulių susikirtimo vietoje. Gauname, kad daikto atvaizdas tariamas, pagal mastelį nutolęs nuo lęšio 20 cm, t. y. $f = 20$ cm = 0,2 m.



Ats. 0,2 m; atvaizdas tariamas.

12.4. Plonojo lęšio formulė

12.4.1 pavyzdys. Abipus iškilojo lęšio kreivumo spinduliai yra 25 cm, o jo stiklo lūžio rodiklis 1,6. Raskime lęšio laužiamąją gebą.

Duota: $R_1 = R_2 = R = 25$ cm = 0,25 m – lęšio kreivumo spinduliai; $n = 1{,}6$ – lęšio stiklo lūžio rodiklis.

Rasti: lęšio laužiamąją gebą D.

Sprendimas

Užrašome lęšio laužiamosios gebos priklausomybės nuo kreivumo spindulių lygtį: $D = (n - 1)(1/R_1 + 1/R_2)$. Kadangi $R_1 = R_2 = R$, lygtį pertvarkome į $D = 2(n - 1)/R$. Atlikę skaičiavimus gauname $D = 4{,}8$ D.

Ats. $D = 4{,}8$ D.

12.4.2 pavyzdys. Lempa nuo ekrano nutolusi per 2 m. Kokiu atstumu nuo lempos reikia pastatyti glaudžiamąjį lęšį, kurio židinio nuotolis 0,4 m, norint ekrane gauti padidintą lempos atvaizdą?

Duota: $F = 0{,}4$ m – lęšio židinio nuotolis; $d + f = 2$ m – atstumas nuo lempos iki ekrano.

Rasti: lęšio atstumą nuo lempos d.

Sprendimas

Užrašome lęšio formulę: $1/d + 1/f = 1/F$. Vietoj f įrašome jo vertę, duotą sąlygoje $f = 2-d$: $1/F = 1/d+1/(2-d)$. Pertvarkę reiškinį, gauname kvadratinę lygtį $d^2-2d+0{,}8 = 0$. Ją išsprendę gauname dvi d reikšmes: $d_1 = 0{,}55$ m, $d_2 = 1{,}45$ m. Padidintas atvaizdas gaunamas, kai $d_1 = 0{,}55$ m.

Ats. $d_1 = 0{,}55$ m.

12.4.3 pavyzdys. Kokiu atstumu nuo glaudžiamojo lęšio, kurio židinio nuotolis 10 cm, reikia padėti daiktą, norint gauti tikrąjį 10 kartų padidintą jo atvaizdą?

Duota: $F = 10$ cm = 0,1 m – lęšio židinio nuotolis; $k = 10$ – lęšio didinimo koeficientas.

Rasti: daikto atstumą nuo lęšio d.

Sprendimas

Lęšio didinimo koeficientas $k = f/d$. Iš čia $f/d = 10$. Vadinasi, $f = 10d$. Užrašome lęšio formulę: $1/d + 1/f = 1/F$. Vietoj f įrašome jo vertę, gauname $1/F = 11/10d$. Iš čia $d = 11F/10$. Atlikę skaičiavimus gauname $d = 0{,}11$ m.

Ats. 0,11 m.

12.4.4 pavyzdys. Kaip keičiasi atvaizdo padėtis daiktą artinant prie lęšio, kai $2F > d > F$?

Duota: F – lęšio židinys; $2F$ – dvigubas lęšio židinys; d – daikto atstumas nuo lęšio.

Rasti: f – atvaizdo atstumą nuo lęšio.

I sprendimas

Eksperimentuojant su lęšiais, galima nustatyti, kad mažėjant daikto atstumui d ($d > F$), atvaizdo atstumas didėja. Kai $d \leqslant F$, tikras atvaizdas išnyksta.

II sprendimas

Užrašome lęšio formulę: $1/d + 1/f = 1/F$. Iš formulės: $f = Fd/(d - F) = F/(1 - F/d)$. Mažėjant d didėja f ir artėja prie ∞.

Ats. Vaizdo atstumas didėja.

12.4.5 pavyzdys. Kokiu atstumu nuo lęšio reikia padėti daiktą, kad jo atvaizdas būtų dvigubame židinio nuotolyje?

Duota: F – lęšio židinys; $2F$ – dvigubas lęšio židinys; $f = 2F$ – atvaizdo atstumas nuo lęšio.

Rasti: d – daikto atstumą nuo lęšio.

Sprendimas

Užrašome lęšio formulę: $1/d + 1/f = 1/F$. Iš čia $1/d = 1/F - 1/f$. Įrašome f reikšmę ir atliekame skaičiavimus: $d = 2F$.

Ats. $2F$.

12.4.6 pavyzdys. Šviečiantis taškas yra sklaidomojo lęšio židinyje. Kokiu atstumu nuo lęšio susidaro atvaizdas?

Duota: F - lęšio židinys; $d = F$ – daikto atstumas nuo lęšio.

Rasti: f – atvaizdo atstumą nuo lęšio.

Sprendimas

Užrašome lęšio formulę: $\pm 1/d \pm 1/f = \pm 1/F$. Pritaikome ją sklaidomajam lęšiui: $1/d - 1/f = -1/F$. Iš čia randame f: $1/f = 1/d + 1/F$. Kadangi $d = F$, tai $1/f = 2/F$ ir $f = F/2$.

Ats. $F/2$.

12.5. Optiniai prietaisai

12.5.1 pavyzdys. Atstumas nuo akies optinio centro iki tinklainės lygus 18,3 mm. Iš 25 cm atstumo žmogus skaito laikraštį su akiniais, kurių laužiamoji geba +2 D. Kokiu atstumu nuo akių jis turi laikyti laikraštį, skaitydamas jį be akinių? Normalios akies laužiamoji geba 58,5 D.

Duota: $f_1 = 18{,}3$ mm = $1{,}83 \cdot 10^{-2}$ m – atstumas nuo akies optinio centro iki tinklainės; $d_1 = 25$ cm = $2{,}5 \cdot 10^{-1}$ m – atstumas nuo akinių iki laikraščio; $D_0 = 58{,}5$ D – akies laužiamoji geba; $D_1 = +2$ D – akinių laužiamoji geba.

Rasti: d_2 – atstumą nuo akių iki laikraščio.

Sprendimas

Užrašome lęšio formulę atvejui, kai žmogus skaito be akinių: $1/F = 1/d_2 + 1/f_2 = D_2$. Iš jos gauname: $d_2 = f_2/(D_2 f_2 - 1)$. Kadangi atvaizdas abiem atvejais turi susidaryti tinklainėje, tai $f_2 = f_1 = 1{,}83 \cdot 10^{-2}$ m.

Akies su akiniais laužiamoji geba lygi normalios akies laužiamajai gebai D_0, o ši – akies be akinių laužiamosios gebos D_2 ir akinių lęšio laužiamosios gebos D_1 sumai: $D_0 = D_1 + D_2$.

Iš čia $D_2 = D_0 - D_1$; $D_2 = 58{,}5$ D – 2 D = 56,5 D. Atstumas iki laikraščio

$d_2 = f_2/(D_2 f_2 - 1) \approx 0{,}54$ m.

Ats. 0,54 m.

12.5.2 pavyzdys. Kai daiktas fotografuojamas iš 15 m atstumo, ant fotoaparato matinio stiklo susidaro 30 mm aukščio atvaizdas. Fotografuojant iš 9 m atstumo, susidaro 51 mm aukščio atvaizdas. Raskime objektyvo židinio nuotolį.

Duota: $d_1 = 15$ m – atstumas nuo fotoaparato iki daikto; $h_1 = 30$ mm = $3 \cdot 10^{-2}$ m – daikto aukštis pirmuoju atveju; $d_2 = 9$ m – atstumas nuo fotoaparato iki daikto; $h_2 = 51$ mm = $5{,}1 \cdot 10^{-2}$ m – daikto aukštis antruoju atveju.

Rasti: objektyvo židinio nuotolį F.

Sprendimas

Užrašome lęšio formulę atvejais, kai daiktas nutolęs d_1 ir d_2 atstumu nuo fotoaparato:

$1/F = 1/d_1 + 1/f_1$ ir $1/F = 1/d_2 + 1/f_2$ (1).

Užrašome lęšio didinimo formulę abiem atvejams (h – daikto aukštis):

$h/h_1 = d_1/f_1$ ir $h/h_2 = d_2/f_2$; iš čia $f_1 = h_1 d_1/h$ ir $f_2 = h_2 d_2/h$ (2).

Įrašome (2) išraiškas į (1):

$1/F = 1/d_1 + h/(h_1 d_1)$ ir $1/F = 1/d_2 + h/(h_2 d_2)$ (3).

Išsprendę (3) lygčių sistemą gauname $F = (h_2 d_2 - h_1 d_1)/(h_2 - h_1)$. Atlikę skaičiavimus gauname $F \approx 0{,}43$ m.

Ats. 0,43 m.

12.5.3 pavyzdys. Žmogus ryškiausiai mato daiktus 0,2 m atstumu. Kokius akinius reikia išrašyti, kad jis galėtų grožėtis žvaigždėmis?

Duota: $d = 0{,}2$ m – atstumas nuo akies iki daikto; $f_0 = 0{,}25$ m – geriausio matymo nuotolis.

Rasti: akinių laužiamąją gebą D_2.

Sprendimas

Akinių ir akies sistemos laužiamoji geba $D = D_1 + D_2$; čia D_1 – akies laužiamoji geba. Kadangi akis taip pat lęšis, tai $D_1 = 1/d + 1/f$; čia f – atstumas nuo akies lęšiuko iki tinklainės ($d = 0{,}2$ m). Akies ir akinių sistemos $D = 1/f_0 + 1/f$. Ši sistema sudaro tariamąjį daiktų atvaizdą ryškų, kai tie daiktai yra geriausio matymo nuotolyje ($f_0 = 0{,}25$ m).

Apskaičiuojame sistemos ir akies laužiamųjų gebų skirtumą: $D - D_1 = 1/f_0 + 1/f - 1/d - 1/f = 1/f_0 - 1/d$. Pasinaudoję formule $D = D_1 + D_2$, gauname $D_1 + D_2 - D_1 = 1/f_0 - 1/d$. Iš čia $D_2 = 1/f_0 - 1/d$. Atlikę skaičiavimus gauname $D_2 = -1$ D.

Ats. -1 D.

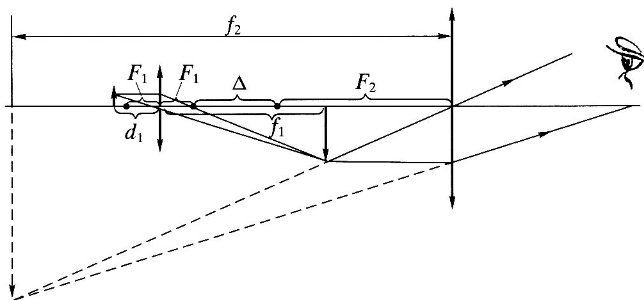
12.5.4 pavyzdys. Mikroskopo optinė sistema sudaryta iš dviejų trumpo židinio nuotolio lęšių. Objektyvo židinio nuotolis F_1, okuliaro F_2. Atstumas Δ tarp objektyvo ir okuliaro pagrindinių židinių daug didesnis už objektyvo židinio nuotolį. Apskaičiuokime mikroskopo optinės sistemos didinimą.

Duota: F_1 – objektyvo židinio nuotolis; F_2 – okuliaro židinio nuotolis; $\Delta >> F_1$ – atstumas tarp objektyvo ir okuliaro pagrindinių židinių; $f_2 \approx 0{,}25$ m – geriausio matymo nuotolis.

Rasti: mikroskopo optinės sistemos didinimo koeficientą k.

Sprendimas

Nubraižome brėžinį. Mikroskopo didinimo koeficientas $k = k_1 \cdot k_2$; čia k_1 ir k_2 – objektyvo ir okuliaro didinimo koeficientai. Objektyvo didinimas $k_1 = f_1/d_1$. Stebimas daiktas yra arti objektyvo pagrindinio židinio, todėl $d_1 \approx F_1$.



Kad antrąjį lęšį – okuliarą – būtų galima naudoti kaip lupą, objektyvo sukurtas tikrasis daikto atvaizdas turi būti arti antrojo lęšio židinio plokštumos. Todėl galioja apytikslė lygybė: $f_1 \approx F_1 + \Delta$. Kadangi $\Delta >> F_1$, tai $f_1 \approx \Delta$. Todėl objektyvo didinimą išreikškime taip: $k_1 \approx \Delta/F_1$. Okuliaro didinimas $k_2 = f_2/d_2$. Kadangi atstumas f_2 lygus geriausio matymo nuotoliui, o $d_2 \approx F_2$, tai mikroskopo didinimo koeficientas $k = k_1 \cdot k_2 \approx \Delta f_2/(F_1 F_2)$.

Ats. $\Delta f_2/(F_1 F_2)$.

12.5.5 pavyzdys. Apskaičiuokime, kiek kartų didina lupa, kurios laužiamoji geba 16 D. Nubraižykime lupa gaunamą daikto atvaizdą.

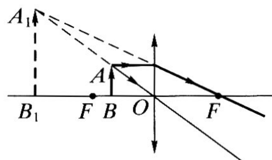
Duota: $D = 16$ D – lupos laužiamoji geba; F – židinio nuotolis; $f_0 = 0{,}25$ m – geriausio matymo nuotolis.

Rasti: didinimo koeficientą k. Nubraižyti brėžinį.

Sprendimas

Lupos didinimo koeficientą apskaičiuojame pagal formulę $k = f_0/F = 4$.

Pro lupą apžiūrinėjamas daiktas turi būti tarp lupos ir jos židinio. Norėdami rasti daikto taško A atvaizdą, nagrinėjame du spindulius: lygiagretų pagrindinei optinei ašiai (lūžęs jis eina per židinį) ir sklindantį per lupos optinį centrą (jis nekeičia krypties). Taško A atvaizdas A_1 bus ten, kur susikerta lūžusių spindulių tęsiniai. Taip pat randame ir taško B atvaizdą B_1. Daikto AB atvaizdas A_1B_1 yra tariamas, padidintas ir neapverstas.



Ats. 4; žr. pav.

12.6. Užduotys

12.6.1. Kurioje vietoje turi būti automobilio žibinto lemputė, kad šviesos pluoštas eitų kuo toliau? arti žemyn? arti aukštyn?

12.6.2. Kodėl nepatariama laistyti augalus Saulėtą dieną? Kuo augalo lapams Saulėtą dieną pavojingi vandens lašeliai?

12.6.3. Kišeniniame žibintuvėlyje yra lęšis. Kam jis reikalingas? Kur reikia įtaisyti lemputę, norint kišeniniu žibintuvėliu gauti siaurą lygiagrečių spindulių pluoštelį?

12.6.4. Kodėl fotoaparato objektyvas yra stumdomas?

12.6.5. Kodėl astronominės observatorijos dažnai statomos kalnuose?

12.6.6. Kodėl žiūrėdami į mažas detales turime laikyti jas arti akių?

12.6.7. Kampas tarp krintančio siauro spindulių pluoštelio ir stalo plokštumos $i = 48°$. Kokiu kampu reikia pastatyti plokščią veidrodį, kad pluoštelis taptų horizontalus?

12.6.8. Šviesos lūžio deimante absoliutinis rodiklis $n_1 = 2{,}42$, o stikle – $n_2 = 1{,}5$. Nustatykite šių medžiagų sluoksnių storių santykį, kai šviesa juos pereina per tą patį laiką.

12.6.9. Šviesos spindulys krinta iš terpės, kurios lūžio rodiklis 1,25, į terpę, kurios lūžio rodiklis 1,75. Kampas tarp atspindėto ir lūžusio spindulių lygus 90°. Raskite spindulio kritimo kampo į dviejų terpių ribą tangentą.

12.6.10. Kokia toliaregio žmogaus akinių stiklų laužiamoji geba, jeigu jo geriausio matymo nuotolis $d = 1$ m? Normalios akies geriausio matymo nuotolį f_0 laikykime lygiu 0,25 m.

12.6.11. Kiek kartų didina teleskopas, kurio objektyvo židinio nuotolis 20 m, jei okuliaras didina 5 kartus? Normalios akies geriausio matymo nuotolį f_0 laikykime lygiu 0,25 m.

12.6.12. Plokščiasis veidrodis pasukamas kampu $\alpha = 27°$. Kokiu kampu β pasisuks atsispindėjęs nuo veidrodžio spindulys?

12.6.13. Saulėtą dieną ežero paviršiuje plūduriuoja apskritas plaustas, kurio spindulys $R = 8$ m. Ežero gylis $h = 2$ m. Raskite plausto šešėlio, susidariusio ežero dugne, spindulį r. Vandens lūžio rodiklis $n = 1{,}33$.

12.6.14. Glaudžiamojo stiklinio lęšio židinio nuotolis ore lygus 20 cm. Koks šio lęšio židinio nuotolis vandenyje? (Stiklo lūžio rodiklis $n_1 = 1{,}5$, vandens lūžio rodiklis $n_2 = 1{,}33$.)

12.6.15. Fotoaparato objektyvo židinio nuotolis 50 mm. Kokia turi būti ekspozicijos trukmė (išlaikymas) fotografuojant 72 km/h greičiu važiuojantį automobilį, esantį už 2 km nuo fotoaparato. Automobilio atvaizdas nuotraukoje per tą laiką pasislenka 0,005 mm.

12.6.16. Turistas prie savo kojų padėjo veidrodėlį ir jame įžvelgė medžio viršūnės atvaizdą. Žinodamas savo ūgį h, išmatavęs atstumus (l_1 ir l_2) nuo veidrodėlio iki medžio ir nuo veidrodėlio iki kojų, apskaičiavo medžio aukštį. Kokia formule naudodamasis turistas apskaičiavo medžio aukštį?

12.6.17. Periskopas – optinis prietaisas, skirtas stebėti aplinką iš slėptuvės. Tai vamzdis su optine sistema (prizmėmis, lęšiais, veidrodžiais), kuri atspindi šviesos spindulius, sklindančius nuo stebimo objekto, ir nukreipia juos į stebėtojo akį. Daugeliu periskopų galima stebėti aplinką įvairiomis kryptimis, matuoti kampus vertikalioje ir horizontalioje plokštumose, nustatyti atstumą iki stebimo objekto. Dažniausiai naudojamas karo technikoje: povandeniniuose laivuose, tankuose ir kitur. Plačiai pradėtas naudoti karo metu priešo pozicijoms apžvelgti pasislėpus tranšėjose. Vėliau pritaikytas povandeniniuose laivuose, kur tapo pagrindiniu vizualinio stebėjimo prietaisu. Paaiškinkite periskopo veikimo principą.

12.6.18. Ant mikroskopo objektyvo yra užrašas $40^{\times}$, o ant jo okuliaro užrašyta $10^{\times}$. Kiek kartų didina mikroskopas su šiais lęšiais? Kokį okuliarą reikia naudoti, norint daiktą padidinti 600 kartų?

12.6.19. Tikrindamas regėjimą, gydytojas paprašo perskaityti specialioje lentelėje išspausdintas raides iš 5 m atstumo. Kas daroma, jeigu gydytojo kabineto matmenys mažesni už šį atstumą?

12.6.20. Ant sienos kabo 1 m aukščio veidrodis. Žmogus stovi 2 m atstumu nuo veidrodžio. Raskite priešingos kambario sienos dalies, kurią veidrodyje gali matyti žmogus, aukštį. Siena yra 4 m nuo veidrodžio.

12.6.21. Į stiklinę plokštelę krinta šviesos spindulys. Raskite spindulio kritimo kampą, jeigu žinoma, kad kampas tarp atsispindėjusio ir lūžusio spindulio yra 90°, o stiklo lūžio rodiklis $n = 1{,}5$.

12.6.22. Į ežero dugną įbestas 4 m aukščio stulpas taip, kad jo 1 m išlindęs iš vandens. Raskite stulpo šešėlio ilgį ežero dugne. Saulės spinduliai į vandens paviršių krinta 45° kampu. Vandens lūžio rodiklis $n = 1{,}33$.

12.6.23. Mokinys laiko skaitomą knygą 20 cm atstumu nuo akių. Kokius akinius jis turėtų nešioti?

12.6.24. Teleskopas didina 249 kartus. Teleskopo vamzdžio ilgis 15 m. Koks teleskopo okuliaro židinio nuotolis?

12.6.25. Apskaičiuokite šviesos greitį vandenyje, stikle ir deimante. Vandens lūžio rodiklis $n_v = 1{,}33$; stiklo – $n_{st} = 1{,}5$; deimanto $n_d = 2{,}42$.

12.6.26. Berniukas, stovėdamas ant tilto, nustatė, kad upės gylis yra 2 m. Koks upės gylis iš tikrųjų? Vandens lūžio rodiklis $n = 1{,}33$.

12.6.27. Žinoma, kad vandens lūžio rodiklis $n_v = 1{,}33$, o ledo lūžio rodiklis $n_l = 1{,}31$. Apskaičiuokite santykinį lūžio rodiklį n_{lv} spinduliui einančiam iš ledo į vandenį ir n_{vl} spinduliui, einančiam iš vandens į ledą.

12.6.28. Taškinis šviesos šaltinis yra baseino, kurio gylis $h = 3$ m, dugne. Koks turi būti minimalus plūduriuojančio neskaidraus uždangalo spindulys, kad šaltinis, stebint baseiną iš viršaus, nebūtų pastebimas? Šviesos lūžio rodiklis vandenyje $n = 1{,}33$.

12.6.29. Glaudžiamuoju lęšiu ekrane gauto atvaizdo tiesiniai matmenys du kartus didesni už daikto matmenis. Pastūmus lęšį atstumu $\Delta d = 0{,}36$ cm arčiau ekrano, atvaizdo matmenys du kartus sumažėja. Apskaičiuokite lęšio židinio nuotolį.

12.6.30. Trumparegis žmogus nešioja akinius, kurių $D = -4$ D. Kokiu didžiausiu atstumu jis gali skaityti smulkų šriftą be akinių?

12.6.31. Stiklinis lęšis, kurio židinio nuotolis $F = 10$ cm, įmerkiamas į vandenį. Raskite vandenyje esančio lęšio židinio nuotolį F_1. Stiklo lūžio rodiklis $n = 1{,}5$, vandens lūžio rodiklis $n_1 = 1{,}33$.

12.6.32. Plonas plokščias įgaubtas lęšis nukreiptas įgaubta puse žemyn ir panardintas į vandenį taip, kad po juo susidaro oro lęšis. Lęšio įgaubto paviršiaus spindulys $R = 15$ cm. Raskite šios lęšių sistemos židinio nuotolį F. Stiklo lūžio rodiklis $n_1 = 1{,}5$, vandens lūžio rodiklis $n_2 = 1{,}33$.

12.6.33. Ant upės kranto stovintis žmogus žiūri į upės dugne $h = 1$ m gylyje gulintį akmenį. Kokiame gylyje h_1 jis matė akmens vaizdą, jei stebėjimo kryptis su statmeniu vandens paviršiui sudaro $i = 60^\circ$ kampą. Vandens lūžio rodiklis $n = 1{,}33$.

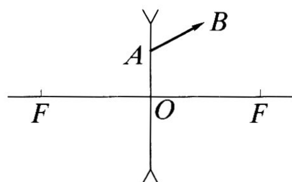
12.6.34. Kaip pasikeis fotoaparato židinio nuotolis, jeigu į fotoaparatą statmenai optinei ašiai įdėsime $d = 6$ mm storio ir $n = 1{,}5$ lūžio rodiklio stiklo plokštelę?

12.6.35. Mikroskopo objektyvo židinio nuotolis $F_{ob} = 1$ cm, jo okuliaro židinio nuotolis $F_{ok} = 3$ cm. Atstumas tarp objektyvo ir okuliaro $l = 20$ cm. Kokiu atstumu nuo objektyvo reikia padėti daiktą, norint gauti geriausią atvaizdą? Normalios akies geriausio matymo nuotolį f_0 laikykime lygiu 0,25 m. Kiek kartų didina mikroskopas?

12.6.36. Nedidelis šviesos šaltinis padėtas sklaidomojo lęšio optinėje ašyje. Šaltinio atvaizdas stebimas akimi. Kokiuose erdvės taškuose vienu metu galima matyti ir daiktą, ir atvaizdą? Nubraižykite brėžinį ir užbrūkšniuokite tas vietas. Ar yra tokia šviesos šaltinio padėtis, kuriai esant užbrūkšniuotos srities nebus?

12.6.37. Padėkite du lęšius taip, kad lygiagretūs spinduliai, praėję abu lęšius, liktų lygiagretūs. Nubraižykite brėžinius: a) kai abu lęšiai glaudžiamieji, b) kai vienas lęšis glaudžiamasis, kitas – sklaidomasis.

12.6.38. Brėžinyje pavaizduotas spindulys AB, praėjęs pro sklaidomąjį lęšį. Nubraižykite spindulių eigą lęšyje, kai jo židiniai F.



12.6.39. Brėžinyje pavaizduotas šviečiantis taškas ir jo atvaizdas. Atvaizdas gautas lęšiu, kurio pagrindinė optinė ašis N_1N_2. Raskite lęšio padėtį ir jo židinius.

• B

• A

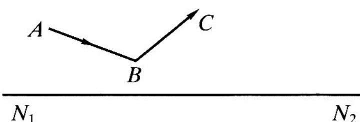
N_1 N_2

12.6.40. Lęšio pagrindinėje optinėje ašyje N_1N_2 raskite lęšio optinį centrą ir židinius, kai žinoma šviesos šaltinio padėtis S ir jo atvaizdas S_1.

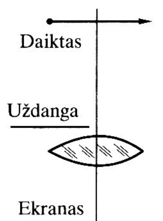
• S

N_1 • S_1 N_2

12.6.41. Duota lęšio pagrindinė optinė ašis N_1N_2, spindulys AB, krintantis į lęšį ir lūžęs spindulys BC. Brėžinyje pažymėkite lęšio židinio padėtis.

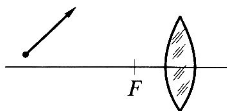


12.6.42. Ekrane lęšiu gaunamas daikto atvaizdas. Kaip pasikeičia daikto atvaizdas, uždengus pusę lęšio? Nubraižykite brėžinį.

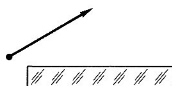


12.6.43. Kokiu kampu krinta šviesos spindulys, kai krintantysis ir atsispindėjęs spindulys sudaro 90° kampą?

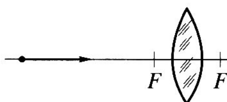
12.6.44. Nubraižykite lęšiu gaunamą rodyklės atvaizdą.



12.6.45. Nubraižykite rodyklės atvaizdą plokščiame veidrodyje.



12.6.46. Nubraižykite lęšiu gaunamą rodyklės atvaizdą.



13. Banginė optika

Elektromagnetinės bangos – tai erdvėje sklindantis kintamasis elektromagnetinis laukas. Tai skersinė banga, nes elektrinis ir magnetinis laukai svyruoja statmenai bangos sklidimo krypčiai (10.2 pav.). Tuštumoje elektromagnetinės bangos sklinda greičiu $c = 3{\cdot}10^8$ m/s. Terpėje bangos sklinda lėčiau, jų greitis

$$v = c/n; \qquad (13.1)$$

čia n – terpės absoliutinis lūžio rodiklis.

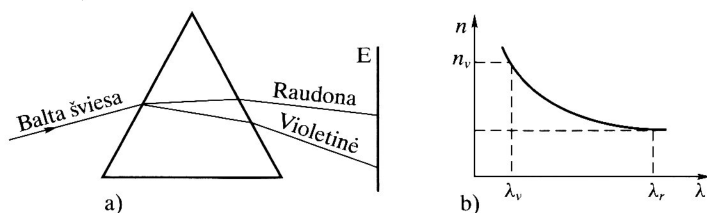
Šviesa įprasta vadinti elektromagnetines bangas, kurias mato žmogus. Šviesos bangos ilgio diapazonas – nuo 0,39 μm iki 0,76 μm.

Šviesos dispersija – tai terpės absoliutinio lūžio rodiklio n priklausomybė nuo bangos ilgio λ. Dėl dispersijos balta šviesa, praeidama pro prizmę, išsiskaido į dedamąsias spalvas – spektrą (13.1 pav., a). Kaip matome, mažiausiai lūžta raudonieji spinduliai, o labiausiai – violetiniai. Tai reiškia, kad violetinių spindulių lūžio rodiklis yra didžiausias, o raudonųjų – mažiausias (13.1. pav., b). Tai taip pat reiškia (13.1), kad raudonos šviesos greitis terpėje yra didžiausias, o violetinės – mažiausias.

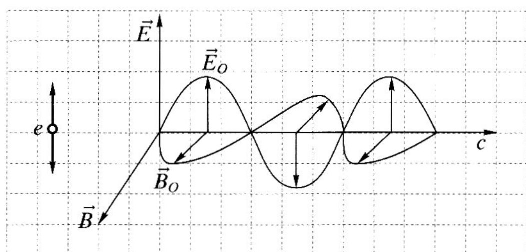
Kaip jau minėta, šviesos banga, kaip ir visos elektromagnetinės bangos, yra skersinė. Joje elektrinio ir magnetinio lauko virpesiai vyksta statmenai sklidimo krypčiai. Pavienis virpantis elektronas spinduliuoja bangą, kurios elektrinių virpesių plokštuma sutampa su elektrono virpesių plokštuma, o jai statmena kryptimi vyksta magnetiniai virpesiai (13.2 pav.).

Natūraliai spinduliuojama šviesa – tai spinduliavimas aibės elektronų, virpančių visomis įmanomomis kryptimis. Todėl natūralioje šviesoje elektriniai ir magnetiniai laukai svyruoja visomis įmanomomis spinduliui statmenomis kryptimis.

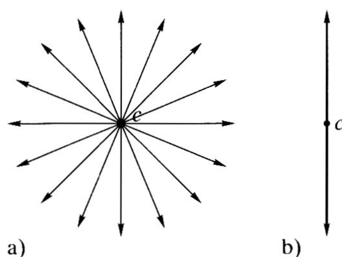
Su medžiaga iš esmės sąveikauja tik šviesos elektriniai virpesiai. Pvz., akies tinklainę ar fotoemulsiją paveikia tik šviesos bangos elektrinis laukas. Todėl šviesos bangos virpesių kryptimi sutarta laikyti elektrinio lauko E virpesių kryptį, o magnetinės indukcijos B virpesių kryptis nerodoma. 13.3 pav., a, parodyta, kaip atrodo *natūrali šviesa*. Šviesos greitis c nukreip-



13.1 pav.



13.2 pav.



13.3 pav.

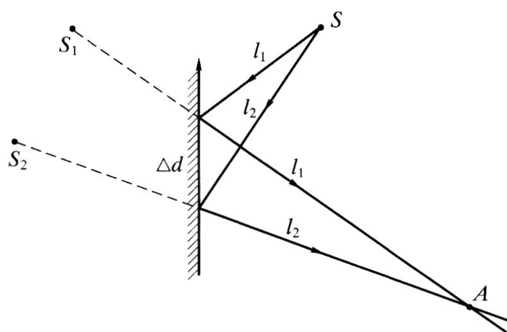
tas statmenai brėžinio plokštumai, o visomis įmanomomis jam statmenomis kryptimis vyksta elektriniai virpesiai.

Tačiau bangos forma pasikeičia, kai šviesa sąveikauja su medžiaga, pvz., praeina pro dielektrikus ar atsispindi nuo jų. Nesigilindami į priežastis pastebėsime, kad tuo atveju, kai šviesos kritimo į dielektriko paviršių kampas α nusakomas tokiu sąryšiu:

$$\operatorname{tg}\alpha = n, \tag{13.2}$$

atsispindėjusioje šviesoje lieka tik vienoje plokštumoje vykstantys elektriniai virpesiai (13.3 pav., b). Tokia šviesa vadinama *plokščiai poliarizuota*. 13.2 pav. parodyta paskiro elektrono spinduliuojamos šviesos banga yra plokščiai poliarizuota.

Šviesos interferencija. Kaip ir bet kokioms kitoms bangoms, šviesos bangoms būdingi interferencijos ir difrakcijos reiškiniai. Šviesos interferencijos stebėjimą apsunkina tai, kad natūraliai spinduliuojama šviesa nėra koherentinė (išimtis – lazerių spinduliuojama šviesa). Šviesą spinduliuoja medžiagos atomai, o jų spinduliavimas yra labai trumpas ir chaotiškas, tad fazių skirtumas nuolat kinta. Koherentinę šviesą galima gauti išskaidžius šviesos spindulį (pvz., veidrodžiais, prizmėmis) į du spindulius (13.4 pav.).



13.4 pav.

Tačiau ir šiuo atveju iškyla problemų. Dėl susidariusio eigų skirtumo Δd tas spindulys, kuris sklinda ilgesnį kelią, vėluoja, ir gali atsitikti taip, kad į duotą erdvės tašką atsklis skirtingų atomų skirtingu laiku išspinduliuota, tad ir nekoherentinė, šviesa. Praktiškai eigų skirtumai neturi viršyti kelių dešimčių mikrometrų. Be to, vienokioje ar kitokioje terpėje šviesa sklinda n kartų (13.1) lėčiau, dėl to vėlavimas dar padidėja. Todėl, kalbant apie šviesos interferenciją, vartojamos optinio kelio ir optinio eigų skirtumo sąvokos. *Optinis kelias* – tai geometrinis kelias, padaugintas iš terpės absoliutinio lūžio rodiklio: nl. *Optinis eigų skirtumas*

$$\Delta d = n_2 l_2 - n_1 l_1; \tag{13.3}$$

čia n_1 ir n_2 – terpių, kuriomis sklinda šviesa absoliutiniai lūžio rodikliai; l_1 ir l_2 – spindulių geometriniai keliai.

Jei spinduliai sklinda vakuume ar ore (oro $n \approx 1$), tai optinis eigų skirtumas yra tiesiog lygus geometriniam eigų skirtumui:

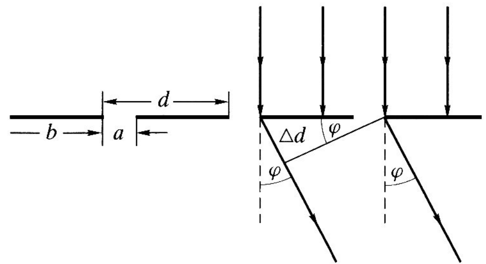
$$\Delta d = l_2 - l_1. \qquad (13.4)$$

Šviesos difrakcija, kaip ir bangų difrakcija apskritai, – tai bangų užlinkimas į kliūties šešėlio pusę. Šešėlio srityje užsiklodamos antrinės bangos interferuoja, sudarydamos interferencinius maksimumus – gaunamas difrakcinis vaizdas.

Kaip jau minėta, bangų difrakcija esmingai pasireiškia tada, kai kliūties matmenys yra maži, palyginami su bangos ilgiu. Šviesos bangos ilgis yra labai mažas, tad šviesos difrakcijai stebėti reikia tam tikrų sąlygų.

Ypač ryškus difrakcinis vaizdas gaunamas, kai šviesa praeina pro daugybę angelių, ir tas vaizdas tuo ryškesnis, kuo mažesnis atstumas tarp angelių. Tuo remiantis sukurtas optinis spektrinis prietaisas – *difrakcinė gardelė*. Difrakcinę gardelę sudaro daugybė siaurų plyšelių (iki 2000 viename milimetre), atskirtų neskaidriais tarpeliais. Atstumas tarp gretimų plyšelių (ar tarpelių) vadinamas *gardelės konstanta d*. Apšvietus gardelę, kiekvienas plyšelis tampa antrinių koherentinių bangų šaltiniu. Tos bangos užsiklodamos interferuoja.

Nagrinėdami pro plyšelius praėjusią kampu φ sklindančią šviesą (13.5 pav.) matome, kad tarp gretimų spindulių atsiranda eigų skirtumas $\Delta d = d\sin\varphi$. Difrakcinio vaizdo maksimumas stebimas kryptimis, kurias nusako kampų φ vertės, tenkinančios interferencinio vaizdo maksimumo sąlygą (9.9). Tad difrakcinių maksimumų padėtis nusakoma lygtimi:



13.5 pav.

$$d\sin\varphi = k\lambda, \text{ čia } k = 0, 1, 2, \ldots \qquad (13.5)$$

Pabrėšime, kad sustiprėja ne tik dviejų gretimų plyšelių, bet ir pro visus plyšelius praėjusi šviesa. Maksimumų padėtis (išskyrus centrinį, kuriam $k = 0$) priklauso nuo bangos ilgio λ. Tad nukreipus į gardelę baltą šviesą, ji išskaidoma į spektrą.

Metodiniai nurodymai

1. Pasistenkite uždavinio sąlygą iliustruoti brėžiniu, vaizduojančiu spindulių eigą. Taip geriau suvoksite užduotį ir sprendimo kelią.
2. Nepamirškite, kad šviesos bangoms, kaip ir bangoms apskritai, pereinant iš vienos terpės į kitą bangos dažnis nesikeičia. Pakinta tik bangos ilgis, nes keičiasi bangos sklidimo greitis (9.8). Šviesos spalva priklauso tik nuo jos dažnio. Kadangi žmogaus akis ir kiti šviesai jautrūs elementai reaguoja į šviesos dažnį, žalia šviesa yra žalia tiek ore, tiek vandenyje.
3. Vadovėlių ir uždavinynų lentelėse, žinynuose paprastai nurodomi šviesos bangų ilgiai vakuume. Nepamirškite, kad vienoje ar kitoje aplinkoje jie yra visai kitokie.
4. Šviesos greitis ore skiriasi nuo šviesos greičio vakuume vos 0,0003 dalimi. Todėl šviesai pereinant iš oro į bet kurią kitą terpę (išskyrus dujas, nes jų absoliutiniai lūžio rodikliai artimi oro rodikliui), galima naudotis tomis pačiomis absoliutinėmis lūžio rodiklio vertėmis, kaip ir šviesai pereinant iš vakuumo į tą terpę.
5. Reikia įvertinti gauto atsakymo realumą. Jeigu gavote, kad šviesos greitis kokioje nors terpėje didesnis už greitį vakuume ($c = 3{,}0\cdot10^8$ m/s), kad nustatytas regimos šviesos bangos ilgis netelpa į intervalą (0,39–0,76) μm, ieškokite sprendimo ar skaičiavimų klaidos.

UŽDAVINIŲ SPRENDIMO PAVYZDŽIAI IR UŽDUOTYS

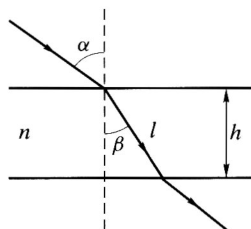
13.1. Šviesos bangos

13.1.1 pavyzdys. Šviesos sklidimo greitis stikle $1{,}73\cdot10^5$ km/s. Į 6,0 cm storio stiklinę plokštelę 60° kampu krinta šviesos spindulys. Per kiek laiko jis praeis pro plokštelę?

Duota: šviesos greitis stikle $v = 1{,}73\cdot10^5$ km/s $= 1{,}73\cdot10^8$ m/s; plokštelės storis $h = 6{,}0$ cm $= 6{,}0\cdot10^{-2}$ m; spindulio kritimo kampas $\alpha = 60°$.

Rasti: laiką t, kurį spindulys sklis plokštele.

Sprendimas



Brėžinyje parodyta, kaip spindulys sklinda pro plokštelę. Spindulys nueina kelią l. Tad $t = l/v$. Kelio l ieškosime pasitelkę lūžio dėsnį $n = \sin\alpha/\sin\beta$ ir lūžio rodiklio apibrėžimą $n = c/v$ (13.1).

Iš brėžinio geometrijos aišku: $l = h/\cos\beta = h/\sqrt{(1-\sin^2\beta)} = h/\sqrt{(1-(\sin\alpha/n)^2)} = h/\sqrt{(1-(v\sin\alpha/c)^2)}$. Tad $t = h/v\sqrt{(1-(v\sin\alpha/c)^2)} = 4{,}0\cdot10^{-10}$ s = 0,40 ns.

Ats. 0,40 ns.

13.1.2 pavyzdys. Lęšio optinė geba violetiniams spinduliams 1,05 karto didesnė nei raudoniesiems. Kiek kartų skiriasi raudonųjų ir violetinių spindulių greitis lęšyje? Lęšio lūžio rodiklis

violetiniams spinduliams 1,70. Lęšio optinė geba nusakoma formule $D = (n-1)(1/R_1+1/R_2)$; čia n – lęšio lūžio rodiklis, R_1 ir R_2 – lęšio paviršių kreivumo spinduliai.

Duota: lęšio optinių gebų violetiniams ir raudoniesiems spinduliams santykis $D_v/D_r = 1{,}05$; violetinių spindulių lūžio rodiklis $n_v = 1{,}70$.

Rasti: raudonųjų ir violetinių spindulių greičių lęšyje santykį v_r/v_v.

Sprendimas

Pagal (13.1) formulę raudonųjų ir violetinių spindulių greičių lęšyje santykis $v_r/v_v = n_v/n_r$. Lęšio optinės gebos violetiniams ir raudoniesiems spinduliams $D_v = (n_v - 1)(1/R_1 + 1/R_2)$ ir $D_r = (n_r - 1)(1/R_1 + 1/R_2)$. Tad tų gebų santykis $D_v/D_r = (n_v - 1)/(n_r - 1)$. Iš šio sąryšio išreiškiame n_r:

$$n_r = \frac{D_r(n_v - 1)}{D_v} + 1.$$

Įrašę tai į greičių santykį, gauname:

$$v_r/v_v = n_v(D_v/D_r)/(n_v - 1 + D_v/D_r) = 1{,}02.$$

Ats. 1,02.

13.1.3 pavyzdys. Šviesos greitis gintare $1{,}95\cdot10^5$ km/s. Kokiu kampu turi kristi šviesos spindulys į gintaro paviršių, kad atsispindėjęs spindulys būtų plokščiai poliarizuotas? Koks tada lūžio kampas?

Duota: šviesos greitis gintare $v = 1{,}95\cdot10^5$ km/s $= 1{,}95\cdot10^8$ m/s; šviesos greitis vakuume $c = 3{,}0\cdot10^8$ m/s.

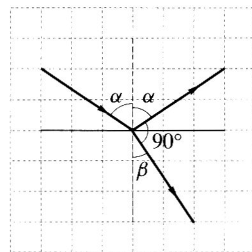
Rasti: šviesos kritimo ir lūžimo kampus α ir β.

Sprendimas

Iš (13.1) ir (13.2) sąryšių: $\operatorname{tg}\alpha = c/v$ ir $\alpha = \operatorname{arctg}(c/v) = 57^\circ$.

Savo ruožtu, remiantis lūžio dėsniu, $n = \sin\alpha/\sin\beta$; o pagal formulę (13.2): $n = \sin\alpha/\cos\alpha$. Taigi $\sin\beta = \cos\alpha$. Taip gali būti tik tuo atveju, kai $\alpha + \beta = 90^\circ$. Tai parodyta brėžinyje. Todėl

$$\beta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - \operatorname{arctg}(c/v) = 33^\circ.$$



Ats. 57°; 33°.

13.2. Šviesos interferencija

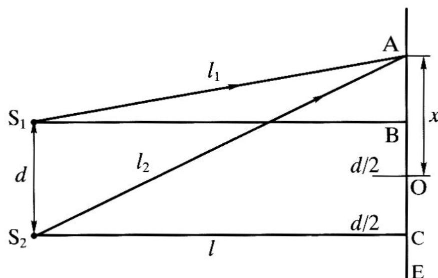
13.2.1 pavyzdys. Du koherentiniai baltos šviesos šaltiniai nutolę vienas nuo kito 0,40 mm atstumu. Koks pirmos eilės interferencinio spektro plotis ekrane, nutolusiame nuo šaltinių 2,5 m atstumu?

Duota: baltos šviesos spektro kraštinių spindulių bangos ilgiai $\lambda_1 = 0{,}39\cdot10^{-6}$ m ir $\lambda_2 = 0{,}76\cdot10^{-6}$ m; atstumas tarp šviesos šaltinių $d = 0{,}40$ mm $= 0{,}40\cdot10^{-3}$ m; atstumas iki ekrano $l = 2{,}5$ m; spektro eilė $k = 1$.

Rasti: spektro plotį Δx.

Sprendimas

Brėžinyje parodyta interferencijos schema; čia S_1 ir S_2 – šviesos šaltiniai, E – ekranas. Taškas O yra ties šaltinių viduriu. Taške A, esančiame atstumu x nuo taško O, skaičiuosime interferencijos rezultatą. Tam pirmiausia reikia rasti, koks eigų skirtumas $\Delta d = l_2 - l_1$ susidaro šaltinių šviesai sklindant į šį tašką. Iš stačiųjų trikampių S_1AB ir S_2AC gauname $l_2^2 - l_1^2 = [l^2 + (x + d/2)^2] - [l^2 + (x - d/2)^2]$.



Supaprastinę gauname:

$(l_2 - l_1)(l_2 + l_1) = 2xd$ arba $\Delta d = 2xd/(l_2 + l_1)$.

Atstumas tarp šaltinių d labai mažas palyginti su atstumu iki ekrano l. Eigų skirtumas Δd, kad būtų išlaikytas šaltinių koherentiškumas, taip pat turi būti labai mažas. Iš to neišvengiamai seka, kad $l_1 \approx l_2 \approx l$. Todėl $\Delta d = xd/l$.

Kita vertus, pagal interferencinių maksimumų sąlygą (9.9) $\Delta d = k\lambda$. Sulyginę Δd išraiškas, randame, kad šviesos, kurios bangos ilgis λ, maksimumai išsidėstę į abi puses nuo ekrano centro O atstumu $x = k\lambda l/d$.

Pritaikę gautą sąryšį kraštiniams baltos šviesos bangų ilgiams, gauname spektro plotį:

$\Delta x = (x_2 - x_1) = kl(\lambda_2 - \lambda_1)/d = 2{,}3\cdot10^{-3}$ m = 2,3 mm.

Ats. 2,3 mm.

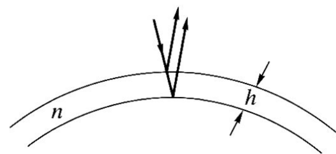
13.2.2 pavyzdys. Objektyvo lęšiai padengti plona plėvele, kurios lūžio rodiklis 1,25 ir storis 0,11 μm. Nustatykime, kokiam bangos ilgiui objektyvas yra skaidriausias. Kodėl padengus lęšį plona plėvele, jis tampa skaidresnis?

Duota: plėvelės lūžio rodiklis n = 1,25; plėvelės storis h = 0,11 μm = $0{,}11\cdot10^{-6}$ m;

Rasti: šviesos bangos ilgį λ, kuriam lęšis yra skaidriausias.

Sprendimas

Brėžinyje parodyta spindulio eiga plėvelėje (kad būtų vaizdžiau, spindulys nukreiptas į plėvelę ne visai statmenai).



Šviesa atsispindi ir nuo viršutinio, ir nuo apatinio plėvelės paviršiaus. Atsispindėję nuo lęšio paviršių dengiančios plėvelės viršaus ir apačios šviesos spinduliai tarpusavyje interferuoja. Spindulys, atsispindėjęs nuo apatinio paviršiaus, nueina papildomą optinį kelią $2hn$, nes jis turi įveikti kelią $2h$, be to, terpe, kurios lūžio rodiklis n. Todėl tarp spindulių atsiranda optinis eigos skirtumas $\Delta d = 2hn$.

Plėvelė yra skaidriausia tai šviesai, kurios neatspindi. Tai reiškia, kad interferuodami nuo skirtingų paviršių atsispindėję spinduliai susilpnina vienas kitą – eigų skirtumas Δd tenkina interferencijos minimumo sąlygą (9.10): $\Delta d = (2k + 1)\lambda/2$.

Sulyginę dvi Δd išraiškas, gauname bangos ilgį šviesos, kurios neatspindi plėvelė:

$\lambda = 4nh/(2k + 1) = 0{,}55\cdot10^{-6}$ m = 0,55 μm.

Skaičiuojant laikoma, kad k = 0, nes tik šiuo atveju λ patenka į regimosios šviesos diapazoną.

Dėl interferencijos neatspindėta šviesa nedingo. Šviesa turi energijos, jos energija, kaip ir energija apskritai, niekur nedingsta. Jei šviesa neatsispindėjo, tai praėjo pro lęšį. Išvada: dėl lęšį dengiančios plonos plėvelės jis tapo skaidresnis šviesai tų bangos ilgių, kuriems tenkinama interferencinio vaizdo minimumo sąlyga.

Ats. 0,55 μm.

13.2.3 pavyzdys. Vieno interferuojančių spindulių kelyje padėjo 10 cm ilgio chloro pripildytą vamzdelį, kito – tokį pat tuščią vamzdelį. Dėl to tarp spindulių atsirado 100λ ($\lambda = 620$ nm) eigų skirtumas. Koks chloro lūžio rodiklis?

Duota: vamzdelių ilgis l = 10 cm = 0,10 m; eigų skirtumas $\Delta d = 100\lambda$; šviesos bangos ilgis $\lambda = 620$ nm = $0{,}62\cdot10^{-6}$ m.

Rasti: chloro lūžio rodiklį n.

Sprendimas

Optinis eigų skirtumas nusakomas (13.3) formule. Mūsų atveju $l_1 = l_2 = l$. Tarkime, kad $n_1 = 1$ yra vakuumo lūžio rodiklis, o chloro lūžio rodiklis $n_2 = n$. Tada $\Delta d = l(n-1)$. Uždavinio sąlygoje nurodyta: $\Delta d = 100\lambda$. Tad $l(n-1) = 100\lambda$. Taigi chloro lūžio rodiklis $n = 1 + 100\lambda/l = 1{,}00062$.

Ats. 1,00062.

13.3. Šviesos difrakcija

13.3.1 pavyzdys. Į difrakcinę gardelę, kurios konstanta $2{,}0\cdot10^{-3}$ mm, stačiai krinta mėlyna ($\lambda = 0{,}48\cdot10^{-6}$ m) šviesa. Kiek maksimumų pilnai stebėsime difrakciniame spektre?

Duota: gardelės konstanta $d = 2{,}0\cdot10^{-3}$ mm = $2{,}0\cdot10^{-6}$ m; šviesos bangos ilgis $\lambda = 0{,}48\cdot10^{-6}$ m.

Rasti: maksimumų skaičių m.

Sprendimas

Iš difrakcinės gardelės maksimumų sąlygos (13.5) randame maksimumo eilės numerį $k = d\sin\varphi/\lambda$. Didžiausios eilės maksimumą stebėsime, kai $\sin\varphi$ bus didžiausias, t. y. kai $\sin\varphi = 1$. Tad $k_{max} = d/\lambda$. Maksimumai išsidėsto į abi puses nuo centrinio nulinės eilės maksimumo. Todėl maksimumų skaičius, įskaitant ir nulinės eilės maksimumą, bus:

$m = 2k_{max} + 1 = 2d/\lambda + 1 = 2\cdot 4{,}2 + 1 = 9$, nes pilnai stebimi tik 4 eilės maksimumai.

Ats. 9.

13.3.2 pavyzdys. Mokyklinė difrakcinė gardelė, turinti 100 rėžių milimetre, statmenai apšviečiama balta šviesa. Apskaičiuokime pirmos eilės difrakcinio spektro plotį ekrane, pastatytame 1,3 m atstumu nuo gardelės. Koks bus spektro plotis, jei mokyklinę gardelę pakeisime tobulesne gardele, turinčia 1500 rėžių milimetre?

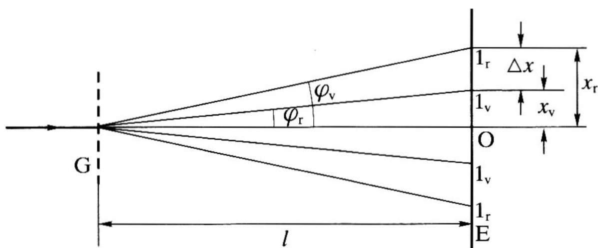
Duota: rėžių skaičius gardelių ilgio vienete $n_1 = 100$ mm^{-1} = $1{,}0\cdot10^5$ m^{-1} ir $n_2 = 1500$ mm^{-1} = $1{,}5\cdot10^6$ m^{-1}; violetinių ir raudonųjų spindulių bangos ilgiai $\lambda_v = 0{,}39\cdot10^{-6}$ m ir $\lambda_r = 0{,}76\cdot10^{-6}$ m; atstumas iki ekrano $l = 1{,}3$ m; spektro eilė $k = 1$.

Rasti: spektro pločius Δx_1 ir Δx_2.

Sprendimas

Pateiktame brėžinyje parodyta gardelė G, ekranas E. Vienetais su indeksais 1_v ir 1_r pažymėtos pirmos eilės difrakcinio spektro violetinių ir raudonųjų spindulių maksimumų vietos ekrane, kampais φ_v ir φ_r – kryptys, kuriomis stebimi šie maksimumai, o x_v ir x_r – atstumai nuo centrinio taško O iki šių maksimumų.

Brėžinyje matyti, kad $\Delta x = x_r - x_v$; $x_r = l \operatorname{tg} \varphi_r$ ir $x_v = l \operatorname{tg} \varphi_v$. Tad $\Delta x = l(\operatorname{tg} \varphi_r - \operatorname{tg} \varphi_v)$.
Kampus φ_v ir φ_r randame iš gardelės maksimumų sąlygos (13.5), atsižvelgdami į tai, kad gardelės konstanta d yra dydis atvirkščias rėžių skaičiui n gardelės ilgio vienete: $\sin \varphi_r = kn\lambda_r$ ir $\sin \varphi_v = kn\lambda_v$.



Kampai φ_v ir φ_r – yra maži (tuo lengva įsitikinti, įrašius į sinusų išraiškas k, n ir φ_v ar φ_r vertes), o mažiems kampams $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi$. Todėl mokyklinei gardelei

$\Delta x_1 = l(\sin \varphi_r - \sin \varphi_v) = kln_1(\lambda_r - \lambda_v) = 4{,}8 \cdot 10^{-2}$ m = 4,8 cm.

Analogiškai tobulesnei gardelei

$\Delta x_2 = kln_2(\lambda_r - \lambda_v) = 0{,}72$ m = 72 cm.

Ats. 4,8 cm ir 72 cm.

13.4. Užduotys

13.4.1. Natrio garų geltonąją šviesą ore atitinka 589 nm bangos ilgis. Kokio ilgio bangomis ta šviesa sklinda vandenyje? Vandens lūžio rodiklis 1,33.

13.4.2. Raudonųjų spindulių lūžio rodiklis vandenyje 1,330, o violetinių – 1,343. Kiek kartų vandenyje raudonųjų spindulių greitis didesnis už violetinių?

13.4.3. Geltonos šviesos greitis vandenyje $2{,}25 \cdot 10^5$ km/s, o stikle – $1{,}88 \cdot 10^5$ km/s. Koks stiklo santykinis lūžio rodiklis vandens atžvilgiu?

13.4.4. Viena skaidria aplinka šviesa sklinda $2{,}25 \cdot 10^5$ km/s greičiu, o kita – $2{,}00 \cdot 10^5$ km/s. Šviesos spindulys krinta į tų aplinkų ribą 30° kampu. Koks yra lūžio kampas?

13.4.5. Ribinis visiško atspindžio kampas, krintant šviesai iš stiklo į orą, lygus 45°. Koks šviesos greitis tame stikle?

13.4.6. Deimanto lūžio rodiklis 2,42, o stiklo 1,51. Koks turi būti tų medžiagų storių santykis, kad statmenai į jų paviršių krintančios šviesos sklidimo laikas jose būtų vienodas?

13.4.7. Šviesos spinduliai tam tikru kampu krinta į 2,0 cm storio lygiagrečių sienelių stiklinę plokštelę, kurios lūžio rodiklis 1,5. Per plokštelę jie praeina per 0,125 ns. Koks spindulių kritimo kampas?

13.4.8. Raskite kvarcinio lęšio optinę gebą gyvsidabrio spektro ultravioletinei linijai ($\lambda_u = 2{,}59 \cdot 10^{-7}$ m), jei šio lęšio optinė geba natrio spektro geltonajai linijai ($\lambda_g = 5{,}89 \cdot 10^{-7}$ m) yra 8,0 D. Kvarco lūžio rodikliai toms linijoms yra atitinkamai 1,50 ir 1,46. Lęšio optinė geba nusakoma formule $D = (n-1)(1/R_1 + 1/R_2)$, čia n – lęšio lūžio rodiklis, R_1 ir R_2 – lęšio pavršių kreivumo spinduliai.

13.4.9. Lęšio židinio nuotolis violetiniams spinduliams 1,0 cm trumpesnis nei raudoniems. Kokie lęšio židinio nuotoliai šiems spinduliams, jei lęšio lūžio rodikliai raudoniems ir violetiniams spinduliams yra atitinkamai 1,60 ir 1,65. Lęšio židinio nuotolį F su lęšio lūžio rodikliu n ir jo paviršių kreivumo spinduliais R_1 ir R_2 sieja formulė $1/F = (n-1)(1/R_1 + 1/R_2)$.

13.4.10. Natūralios šviesos spindulys, krintantis į dielektriko paviršių 50° kampu, lūžta 26°. Kokiu kampu jis turi kristi, kad atsispindėjęs spindulys būtų plokščiai poliarizuotas?

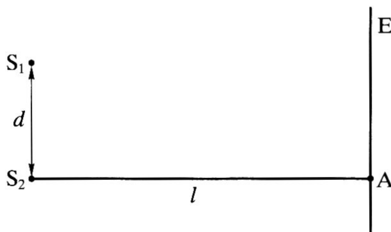
13.4.11. Į spiritą panardinta stiklinė plokštelė. Kokiu kampu į spirito ir stiklo ribą turi kristi natūralios šviesos spindulys, kad atsispindėjęs spindulys būtų plokščiai poliarizuotas? Spirito ir stiklo absoliutiniai lūžio rodikliai yra 1,36 ir 1,62.

13.4.12. Du koherentiniai taškiniai šviesos šaltiniai, atstumas tarp kurių 0,50 cm, yra 5,0 m atstumu nuo ekrano. Atstumas tarp centrinio ir trečio interferencinių maksimumų ekrane 0,15 cm. Apskaičiuokite šviesos bangos ilgį. Koks bus vaizdas ekrane, jei jį apšviesime balta šviesa?

13.4.13. Kaip pasikeis atstumas tarp gretimų interferencinio vaizdo maksimumų, susidarančių vykstant dviejų taškinių šaltinių spinduliuojamos koherentinės šviesos interferencijai, jei žalią šviesos filtrą ($\lambda_ž = 0{,}50$ μm) pakeisime raudonu ($\lambda_r = 0{,}65$ μm)?

13.4.14. Kiek kartų reikia pakeisti atstumą iki ekrano, vykstant dviejų taškinių šaltinių spinduliuojamos koherentinės šviesos interferencijai, kad 5-oji šviesi naujo interferencinio vaizdo juosta atsirastų toje pačioje vietoje, kaip 3-ioji ankstyvesniame vaizde?

13.4.15. Du koherentiniai šaltiniai S_1 ir S_2, atstumas tarp kurių 2,0 mm, spinduliuoja 0,50 μm bangos ilgio šviesą. Atstumas iki ekrano 2,0 m. Šviesu ar tamsu bus taške A?



13.4.16. Statmenai apšvietus dvi tos pačios šviesai skaidrios medžiagos plonas plėveles balta šviesa, viena jų atrodo raudona ($\lambda_r = 660$ nm), o kita – mėlyna ($\lambda_m = 440$ nm). Kuri plėvelė ir kiek kartų storesnė? Šviesos dispersijos (šviesos lūžio rodiklio priklausomybės nuo bangos ilgio) nepaisykite. Kur dingsta kitų spalvų šviesa?

13.4.17. Stebint dviejų žalios šviesos šaltinių interferenciją vandenyje, susidarė 1,5 μm eigos skirtumas. Koks šviesos bangos ilgis, jei šviesa maksimaliai sustiprinta? Vandens lūžio rodiklis 1,33.

13.4.18. Lango stiklą dengia plonytis ledo ($n = 1{,}31$) sluoksnis. Baltai šviesai statmenai krintant į šį sluoksnį ir atsispindint nuo jo, sustiprėja raudona šviesa ($\lambda_r = 0{,}66$ μm) ir susilpnėja tos pačios eilės spektro mėlyna šviesa ($\lambda_m = 0{,}44$ μm). Koks ledo sluoksnio storis?

13.4.19. Stiklas padengtas skaidria plona plėvele, kurios lūžio rodiklis 1,25. Į plėvelę statmenai krinta 750 nm bangos ilgio raudona šviesa. Kokio mažiausio storio turi būti ta plėvelė, kad atsispindėjusioje šviesoje ji atrodytų: a) raudona? b) juoda? Kokia atrodys plėvelė praėjusioje šviesoje a) ir b) atvejais?

13.4.20. Kokio minimalaus storio turi būti plėvelė, kuria padengtas lęšio paviršius, kad lęšis būtų skaidriausias 560 nm bangos ilgio šviesai? Plėvelės lūžio rodiklis 1,4.

13.4.21. Dviejų interferuojančių spindulių kelyje pastatyti du vienodi stikliniai vamzdeliai, uždengti skaidriomis plokštelėmis. Išsiurbiant iš vieno vamzdelio orą atsirado 14,4 μm eigų skirtumas. Koks vamzdelių ilgis? Normaliomis sąlygomis oro lūžio rodiklis 1,00029.

13.4.22. Vykstant šviesos ($\lambda = 750$ nm) interferencijai, tam tikrame ekrano taške yra tamsu. Kaip pasikeis vaizdas, vieno spindulio kelyje ištempus plėvelę, kurios storis 12 μm, o lūžio rodiklis 1,5?

13.4.23. Matuojant vandens lūžio rodiklį interferometru, padidinus vieno spindulio eigos kelią 1,5 μm, stebėjimo lauke interferencinis vaizdas pasislinko per 4 juostas. Koks vandens lūžio rodiklis buvo nustatytas? Šviesos bangos ilgis 500 nm.

13.4.24. Į difrakcinę gardelę krintančios šviesos bangos ilgis $m = 3{,}5$ karto mažesnis už gardelės konstantą. Apskaičiuokite, kokiais kampais stebėsime difrakcinius maksimumus. Koks bus jų skaičius?

13.4.25. Difrakcinės gardelės plyšelių ir tarpelių pločiai vienodi ir kiekvienas $m = 5$ kartų didesnis už krintančios šviesos bangos ilgį. Kokiu kampu stebimas trečiasis difrakcinis maksimumas?

13.4.26. Difrakcinė gardelė turi 250 rėžių milimetre. Ji apšviečiama 687 nm bangos ilgio šviesa. Kokiu kampu reikia žiūrėti į gardelę, norint pamatyti 2-osios eilės maksimumą?

13.4.27. 12 mm pločio difrakcinė gardelė turi 4800 įbrėžimų. Kokios didžiausios eilės maksimumą pilnai matysime spektre, jei šviesos bangos ilgis 0,60 μm?

13.4.28. Difrakcinės gardelės kiekviename milimetre įrėžta po 400 brūkšnelių. Difrakcinis vaizdas projektuojamas į ekraną, pastatytą už 25 cm nuo gardelės. Kokio bangos ilgio šviesa statmenai krinta į gardelę, jei atstumas tarp 3-ios eilės spektrų yra 27,4 cm?

13.4.29. Į difrakcinę gardelę, kurios konstanta 10 μm, stačiai krinta monochromatinė šviesa. Ekrane, pastatytame 2,0 m atstumu nuo gardelės, stebimas difrakcinis spektras. Atstumas tarp antros ir trečios eilės maksimumų 11,6 cm. Koks krintančios šviesos bangos ilgis? Kokios spalvos šviesa? Esant mažiems kampams $\sin\varphi \approx \mathrm{tg}\,\varphi$.

13.4.30. Į difrakcinę gardelę, turinčią 50 rėžių milimetre, stačiai krinta 0,50 μm bangos ilgio šviesa. Kaip toli nuo difrakcinės gardelės reikia pastatyti ekraną, kad atstumas tarp centrinio ir ketvirtos eilės maksimumo būtų 15 cm? Esant mažiems kampams $\sin\varphi \approx \mathrm{tg}\,\varphi$.

VI. MODERNIOJI FIZIKA

14. Kvantinė optika

Kvantinė fizika – tai mikropasaulio fizikos pagrindas, atomo matmenų erdvės srityse vykstančių reiškinių teorija. Kvantinė optika nagrinėja šviesą, kaip ypatingų dalelių – fotonų – srautą. Pagrindinės fotono charakteristikos – energija

$$E = h\gamma = hc/\lambda_0$$

ir impulsas

$$p = h\gamma/c = h/\lambda_0;$$

čia γ – šviesos elektromagnetinės bangos virpesių dažnis; λ_0 – jos bangos ilgis vakuume; c – šviesos greitis vakuume ($c = 300\,000$ km/s); h – Planko konstanta ($h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s).

Fotoelektriniu efektu (fotoefektu) vadinamas šviesos dalelių (fotonų) energijos perdavimas medžiagos elektronams, kurie dėl to arba išlekia iš medžiagos (išorinis fotoefektas), arba tampa joje laisvi (vidinis fotoefektas). Tai būdinga šviesos ir kietųjų bei skystųjų medžiagų sąveikai. Energijos tvermės dėsnis fotoefektui išreiškiamas *Einšteino lygtimi*:

$$E = h\gamma = A + mv_{max}^2/2; \qquad (14.1)$$

čia E – fotono energija, A – elektrono išlaisvinimo iš metalo darbas, $mv_{max}^2/2$ – išlėkusio elektrono kinetinė energija, m – elektrono masė. Fotoefektas vyksta tik tada, kai į metalą krintančios šviesos dažnis yra ne žemesnis už tam tikrą krizinį dažnį γ_{min}, vadinamą fotoefekto raudonąja riba. Raudonoji riba atitinka fotono energiją, lygią elektrono išlaisvinimo iš metalo darbui:

$$h\gamma_{min} = A.$$

Šiuo atveju elektronų greitis ir jų kinetinė energija lygi nuliui. Fotonų energija dažnai išreiškiama elektronvoltais: 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J. Tuomet Einšteino lygtis (energijos ir masės ryšys):

$$E = mc^2.$$

Metodiniai nurodymai

Spinduliavimo kvantai, kurių dažniai arba bangos ilgiai atitinka regimosios šviesos sritį, vadinami šviesos kvantais (fotonais). Energijos ir masės ryšys $E = mc^2$ tinka ir šviesos kvantams. Fotonai visada juda tokiu greičiu kaip šviesa vakuume, jie neturi rimties masės. Elektronai, kurie išlekia iš kūno paviršiaus vykstant fotoefektui, vadinami fotoelektronais. Išlaisvinimo darbas A priklauso nuo medžiagos. Žinant fotoefekto raudonąją ribą, galima apskaičiuoti išlaisvinimo darbą, ir atvirkščiai. Žinant stabdymo įtampą, galima apskaičiuoti didžiausią

šviesos išlaisvintų elektronų kinetinę energiją, ir atvirkščiai. Kvantų (fotonų) energija dažnai išreiškiama elektronvoltais: 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J.

Einšteino nustatytoji fotoefekto lygtis – tai energijos tvermės dėsnis, pritaikytas fotono ir medžiagoje esančio elektrono sąveikai.

Siūlome spręsti uždavinius šia tvarka:

1. Jeigu uždavinys apie fotoefektą, parašykite Einšteino lygtį ir išreikškite ieškomąjį dydį.
2. Kai kalbama apie fotoefekto raudonąją ribą, prisiminkite, kad $\nu_{min} = A/h$; $\lambda_{max} = hc/A$; kai $\nu < \nu_{min}$ arba $\lambda > \lambda_{max}$, fotoefektas nevyksta. Jeigu reikia rasti fotonų skaičių, parašykite energijos tvermės dėsnio lygtį. Fotono energijai, masei, impulsui rasti naudokitės formulėmis $p = mc$; $E = h\nu$; $E = mc^2$; $\nu = c/\lambda$.

UŽDAVINIŲ SPRENDIMO PAVYZDŽIAI IR UŽDUOTYS

14.1. Fotonai

14.1.1 pavyzdys. Kokie yra spinduliai, kurių fotono energija lygi 3 eV?

Duota: $E = 3$ eV = $3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J – fotono energija; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s – šviesos greitis vakuume; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s – Planko konstanta.

Rasti: bangos ilgį λ.

Sprendimas

Pagal Planko formulę fotono energija $E = h\gamma$. Šviesos dažnį ir bangos ilgį sieja formulė $\gamma = c/\lambda$. Taigi $E = hc/\lambda$; iš šios lygties galima rasti λ. Atlikę skaičiavimus gauname $\lambda = 410$ nm – tai ultravioletiniai spinduliai.

Ats. Tai ultravioletiniai spinduliai ($\lambda = 410$ nm).

14.1.2 pavyzdys. Apskaičiuokime infraraudonųjų spindulių (IR), kurių $\gamma = 10^{12}$ Hz, fotono energiją, masę ir impulsą.

Duota: $\gamma = 10^{12}$ Hz – spindulių dažnis; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s – šviesos greitis vakuume; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s – Planko konstanta.

Rasti: fotono energiją E; fotono masę m; impulsą p.

Sprendimas

Pagal Planko formulę fotono energija $E = h\gamma$. Atlikę skaičiavimus gauname $E = 6{,}63 \cdot 10^{-22}$ J. Fotono masę rasime iš formulės $E = mc^2$. Atlikę skaičiavimus gauname $m = 7{,}4 \cdot 10^{-39}$ kg. Fotono impulsas $p = mc$. Atlikę skaičiavimus gauname $p = 2{,}2 \cdot 10^{-30}$ kgm/s.

Ats. $E = 6{,}63 \cdot 10^{-22}$ J; $m = 7{,}4 \cdot 10^{-39}$ kg; $p = 2{,}2 \cdot 10^{-30}$ kgm/s.

14.1.3 pavyzdys. Rubino lazeris per vieną žybsnį išspinduliuoja $2 \cdot 10^{19}$ šviesos kvantų, kurių bangos ilgis 694 nm. Žybsnis trunka $2 \cdot 10^{-3}$ s. Kokia vidutinė lazerio žybsnio galia?

Duota: $N = 2 \cdot 10^{19}$ – šviesos kvantų skaičius; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s – šviesos greitis vakuume; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s – Planko konstanta; $\lambda = 694 \cdot 10^{-9}$ m – šviesos bangos ilgis; $t = 2 \cdot 10^{-3}$ s – žybsnio trukmė.

Rasti: vidutinę lazerio žybsnio galią P.

Sprendimas

Per vieną lazerio žybsnį išspinduliuota energija $E = Pt$. Šią energiją „išneša" N kvantų, t. y. $E = NE_1$; čia E_1 – vieno kvanto energija ($E_1 = hc/\lambda$). Pagal energijos tvermės dėsnį $Pt = Nhc/\lambda$. Taigi $P = Nhc/(\lambda t)$. Atlikę skaičiavimus gauname $P = 2{,}9 \cdot 10^3$ W.

Ats. $P = 2{,}9 \cdot 10^3$ W.

14.1.4 pavyzdys. Fotonas turi tokią pat energiją, kaip elektronas, judėjęs pradiniu $2 \cdot 10^6$ m/s greičiu. Jis pagreitinamas lauke, kurio potencialų skirtumas 6 V. Reikia rasti fotono bangos ilgį.

Duota: $v_0 = 2 \cdot 10^6$ m/s – elektrono judėjimo greitis; $E_f = E_k$ – fotono ir elektrono energija; $U = 6$ V – potencialų skirtumas.

Rasti: fotono bangos ilgį λ.

Sprendimas

$E_f = h\gamma = hc/\lambda$ – fotono energija. Iš čia $\lambda = hc/E_f$. Pagal uždavinio sąlygą ši energija lygi elektrono kinetinei energijai: $E_f = E_k = mv^2/2$. Elektrinio lauko darbas lygus elektrono kinetinės energijos pokyčiui, t. y. $mv^2/2 - mv_0^2/2 = A$. Kadangi $A = eU$, $mv^2/2 = mv_0^2/2 + eU$; $E_f = mv_0^2/2 + eU$. Bangos ilgis $\lambda = hc/E_f$, įrašę fotono energijos išraišką ir atlikę skaičiavimus gauname

Ats. $\lambda = 0{,}71 \cdot 10^{-7}$ m.

14.1.5 pavyzdys. Kiek fotonų turi patekti į akies tinklainę per 1 s, kad akis justų šviesą, kurios bangos ilgis 0,5 μm, jeigu ribinė šviesos srauto galia yra $2 \cdot 10^{-17}$ W?

Duota: $t = 1$ s – laikas; $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ m – šviesos bangos ilgis; $N = 2 \cdot 10^{-17}$ W – šviesos srauto galia.

Rasti: fotonų, patenkančių į tinklainę, skaičių n.

Sprendimas

Visa į akį patenkanti šviesos energija $W = Nt$. Vieno fotono energija $E = h\gamma = hc/\lambda$. Į akies tinklainę patenkančių fotonų skaičius $n = W/E$. Atlikę skaičiavimus gauname $n = 50$.

Ats. $n = 50$.

14.2. Fotoefektas

14.2.1 pavyzdys. Kokio didžiausio bangos ilgio šviesa sukelia fotoefektą, jei ji apšviečia platiną?

Duota: $A = 8{,}5 \cdot 10^{-19}$ J –išlaisvinimo iš platinos darbas.

Rasti: didžiausią bangos ilgį λ_{max}.

Sprendimas

Iš formulės $h\gamma_{min} = A$ randame platinos fotoefekto raudonąją ribą: $\gamma_{min} = A/h$. Šį dažnį atitinka ieškomas bangos ilgis $\lambda_{max} = hc/A$.

Atlikę skaičiavimus gauname $\lambda_{max} = 2{,}34 \cdot 10^{-7}$ m.

Ats. $\lambda_{max} = 2{,}34 \cdot 10^{-7}$ m.

14.2.2 pavyzdys. Cezio plokštelė apšviečiama ultravioletine šviesa, kurios bangos ilgis λ = 200 nm. Koks fotoelektronų greitis? Nustatykime cezio fotoefekto raudonąją ribą.

Duota: $\lambda = 200 \cdot 10^{-9}$ m – UV šviesos bangos ilgis; $A = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ J – išlaisvinimo iš cezio darbas.

Rasti: fotoelektronų greitį v_{max}; atitinkantį cezio raudonąją ribą bangos ilgį λ_{max}.

Sprendimas

Užrašome Einšteino lygtį fotoefektui: $h\gamma = A + mv_{max}^2/2$. Iš jos apskaičiuojame v_{max} = 1,2 Mm/s. Fotoefekto raudonąją ribą atitinkantį šviesos bangos ilgį randame iš formulės $\lambda_{max} = hc/A$. Atlikę skaičiavimus gauname $\lambda_{max} = 620$ nm.

Ats. $\lambda_{max} = 620$ nm.

14.2.3 pavyzdys. Didžiausias bangos ilgis, kuriam esant šviesa, paveikusi kalį, sukelia fotoefektą, lygus $6{,}2 \cdot 10^{-5}$ cm. Raskime elektronų išlaisvinimo iš kalio darbą.

Duota: $\lambda_{max} = 6{,}2 \cdot 10^{-7}$ m – šviesos bangos ilgis.

Rasti: išlaisvinimo iš kalio darbą A.

Sprendimas

Išlaisvinimo iš metalo darbas $A = hc/\lambda_{max}$. Atlikę skaičiavimus gauname $A = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ J.

Ats. $A = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ J.

14.2.4 pavyzdys. Kokia yra aukso fotoefekto raudonoji riba, jeigu elektrono išlaisvinimo darbas lygus 4,59 eV? Ar vyks fotoefektas apšvietus auksą regimąja šviesa?

Duota: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s – šviesos greitis vakuume; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s – Planko konstanta; $A = 4{,}59 \cdot 10^{-19}$ J – išlaisvinimo iš platinos darbas.

Rasti: didžiausią bangos ilgį λ_{max}.

Sprendimas

Pagal formulę $h\gamma_{min} = A$ randame aukso fotoefekto raudonąją ribą: $\gamma_{min} = A/h$. Šį dažnį atitinka ieškomas bangos ilgis $\lambda_{max} = hc/A$.

Atlikę skaičiavimus gauname $\lambda_{max} = 2{,}7 \cdot 10^{-7}$ m (ultravioletiniai spinduliai).

Ats. $\lambda_{max} = 2{,}7 \cdot 10^{-7}$ m; regimoji šviesa fotoefekto nesukels.

14.2.5 pavyzdys. Kokią stabdymo įtampą reikia sudaryti tarp fotoelemento gnybtų, norint sustabdyti fotoelektronus, kuriuos skleidžia kalis, apšviestas $3{,}3 \cdot 10^{-7}$ m bangos ilgio spinduliais? Kalio fotoefekto raudonoji riba yra $6{,}2 \cdot 10^{-7}$ m.

Duota: $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^{-7}$ m – apšviečiančių spindulių bangos ilgis; $\lambda_{max} = 6{,}2 \cdot 10^{-7}$ m – didžiausias bangos ilgis, kuriam esant vyksta fotoefektas; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s – šviesos greitis vakuume; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s – Planko konstanta; $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg – elektrono masė; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C – elektrono krūvis.

Rasti: stabdymo įtampą U_s.

Sprendimas

Užrašome Einšteino lygtį fotoefektui: $h\gamma = A + mv_{max}^2/2$ (14.1). Fotoelektronams sustabdyti tarp fotoelemento elektrodų reikia sudaryti tokį potencialų skirtumą, kad elektronus stabdančio elektrinio lauko darbas būtų lygus jų pradinei kinetinei energijai, t. y. $eU_s = mv_{max}^2/2$. Išlais-

vinimo darbą išreiškiame fotoefekto raudonąja riba: $A = hc/\lambda_{max}$. Išsprendžiame trijų lygčių sistemą, išreiškiame stabdymo įtampą ir, atlikę skaičiavimus, gauname $U_s = 1{,}7$ V.

Ats. $U_s = 1{,}7$ V.

14.2.6 pavyzdys. Esant šviesos virpesių dažniui $\gamma_1 = 2{\cdot}10^{15}$ Hz, fotoelektronų stabdymo įtampa $U_{s1} = 7$ V, o kai $\gamma_2 = 4{\cdot}10^{15}$ Hz, tuomet fotoelektronų stabdymo įtampa $U_{s2} = 15$ V. Apskaičiuokime Planko konstantą.

Duota: šviesos virpesių dažniai $\gamma_1 = 2{\cdot}10^{15}$ Hz ir $\gamma_2 = 4{\cdot}10^{15}$ Hz; fotoelektronų stabdymo įtampos $U_{s1} = 7$ V ir $U_{s2} = 15$ V.

Rasti: Planko konstantą h.

Sprendimas

Abiem atvejais užrašome Einšteino lygtį fotoefektui: $h\gamma_1 = A + eU_{s1}$; $h\gamma_2 = A + eU_{s2}$, nes $mv_{max}^2/2 = eU_s$. Iš lygčių sistemos randame Planko konstantą ir, atlikę skaičiavimus, gauname $h = 6{,}4{\cdot}10^{-34}$ J·s.

Ats. $h = 6{,}4{\cdot}10^{-34}$ J·s.

14.2.7 pavyzdys. Kiek nutolsta fotonai nuo volframo plokštelės, kai juos stabdančio elektrostatinio lauko stipris $E = 2000$ kV/m. Šviesos bangos ilgis $\lambda = 3{,}3{\cdot}10^{-7}$ m.

Duota: $A = 4{,}5$ eV $= 7{,}2{\cdot}10^{-19}$ J – elektrono išlaisvinimo darbas iš volframo; $E = 2{\cdot}10^3$ V/m – elektrostatinio lauko stipris; $\lambda = 3{,}3{\cdot}10^{-7}$ m – šviesos bangos ilgis.

Rasti: didžiausią fotonų nuotolį x_{max}.

Sprendimas

Fotoną stabdo pastovaus dydžio jėga $F = eE$, kuri suteikia jam pagreitį $a = Ee/m$. Todėl fotonas juda tolygiai lėtėdamas: $x = v_{max}t - at^2/2$ ir $v = v_{max} - at$. Iš Einšteino lygties $h\gamma = A + mv_{max}^2/2$ randame maksimalų pradinį greitį

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda}\right) - A}.$$

Jo galinis greitis lygus 0. Tuomet $x = x_{max}$. Tai atsitinka laiko momentu $t = v_{max}/a$ nuo fotono judėjimo pradžios. Iš šių lygčių gauname $x_{max} = v_{max}^2/2a$. Įrašę raidžių reikšmes ir atlikę skaičiavimus, gauname $x_{max} = 3{,}75$ mm.

Ats. fotonų kelias $x_{max} = 3{,}75$ mm.

14.3. Užduotys

14.3.1. Raskite regimos šviesos ilgiausių ir trumpiausių bangų kvantų energiją, masę, ir impulsą. Ilgiausių ir trumpiausių šviesos bangų ilgiai $\lambda_1 = 7{,}6{\cdot}10^{-7}$ m; $\lambda_2 = 4{\cdot}10^{-7}$ m.

14.3.2. Kokia fotono energija, kai jo masė lygi elektrono rimties masei?

14.3.3. 500 nm ilgio šviesos banga, turėdama $2{,}1{\cdot}10^{-13}$ J energijos, akyje sukelia regėjimo pojūtį. Raskite fotonų, pasiekiančių akį, skaičių.

14.3.4. Raskite kalio raudonąją ribą. Išlaisvinimo darbas $A = 1{,}92$ eV.

14.3.5. Cezis apšviečiamas geltona monochromatine šviesa, kurios bangos ilgis 0,589 μm. Išlaisvinimo darbas $A = 1{,}7{\cdot}10^{-19}$ J. Raskite išlėkusių iš cezio fotonų energiją.

14.3.6. Kokiu greičiu išlekia fotonai iš kalio, apšvietus jį violetine šviesa, kurios bangos ilgis yra $4{,}2\cdot10^{-7}$ m? Išlaisvinimo darbas $A = 1{,}92$ eV.

14.3.7. Bandymo metu metalo plokštelė buvo apšviesta šviesos, kurios bangos ilgis 420 nm. Išlaisvinimo darbas 2eV. Kokiai įtampai esant fotosrovė nebetekės?

14.3.8. Cezio fotoefekto raudonoji riba yra 653 nm. Metalas apšviečiamas violetine šviesa, kurios bangos ilgis 400 nm. Raskite išlėkusių fotonų greitį.

14.3.9. Medžiaga apšviečiama geltonais spinduliais, kurių bangos ilgis 590 nm. Apskaičiuokite elektronų, judančių $0{,}28\cdot10^{6}$ m/s greičiu, išlaisvinimo darbą.

14.3.10. Kalis apšviečiamas monochromatine šviesa, kurios bangos ilgis 0,365 μm. Išlaisvinimo darbas yra 2,25 eV. Kokiu greičiu išlekia elektronai?

14.3.11. Į metalo paviršių krinta spinduliai, kurių bangos ilgis 0,365 μm. Spindulių srauto galia $5\cdot10^{-6}$ W. Raskite soties fotosrovės stiprumą, jeigu 5% visų krintančių fotonų išmuša iš metalo elektronus?

14.3.12. Apskaičiuokite ličio fotoefekto raudonąją ribą.

14.3.13. Kokia yra cezio fotoefekto raudonoji riba, jeigu, švitinant jį 0,365 μm bangos ilgio spinduliais, stabdantysis potencialų skirtumas yra 1,47 V?

14.3.14. Vieną kartą apšviečiant metalo plokštelę 350 nm bangos ilgio spinduliais, kitą kartą – 540 nm bangos ilgio spinduliais, išmušamų elektronų didžiausi greičiai skiriasi 2 kartus. Koks tai metalas?

14.3.15. Kai metalo plokštelė apšviečiama $1{,}2\cdot10^{14}$ Hz dažnio šviesa, fotoelektronų stabdymo įtampa 3,1 V, o kai ji apšviečiama 125 nm bangos ilgio šviesa – stabdymo įtampa 8,1 V. Apskaičiuokite Planko konstantą.

14.3.16. Keliais laipsniais sušils per 1 s 0,2 g masės vandens lašelis, kas sekundę absorbuodamas po 10^{10} fotonų, kurių bangos ilgis $7{,}5\cdot10^{-7}$ m?

14.3.17. Kokį mažiausią potencialų skirtumą reikia sudaryti tarp fotoelemento katodo ir anodo, norint visai sustabdyti elektronus, išlaisvinamus iš katodo 200 nm bangos ilgio spinduliais? Išlaisvinimo darbas yra 4 eV.

14.3.18. Bario fotoefekto raudonoji riba yra $5{,}5\cdot10^{-7}$ m. Kokiu didžiausiu greičiu išlėks fotoelektronai apšvietus barį šviesa, kurios bangos ilgis 440 nm?

14.3.19. Toli nuo kitų kūnų esantis varinis rutuliukas švitinamas $2\cdot10^{-7}$ m bangos ilgio monochromatiniais spinduliais. Elektronų išlaisvinimo iš vario darbas – 4,5 eV. Iki kokio didžiausio potencialo įsielektrins rutuliukas?

14.3.20. Vakuuminio fotoelemento katodą apšvietus monochromatine šviesa, išlaisvinami fotoelektronai. Kaip pasikeis per sekundę išlaisvinamų fotoelektronų skaičius, šviesos intensyvumui padidėjus 5 kartus?

14.3.21. Nikelio plokštelė apšviečiama ultravioletiniais spinduliais, kurių bangos ilgis 200 nm. Elektronų išlaisvinimo iš nikelio darbas lygus 5 eV. Kokį greitį įgyja išmuštieji elektronai?

14.3.22. Didžiausias šviesos bangos ilgis, kuriam esant vyksta fotoefektas apšvietus volframą, yra 0,275 μm. Koks yra elektronų išlaisvinimo iš volframo darbas? Koks bus didžiausias išlėkusių elektronų greitis, volframą apšvietus šviesa, kurios bangos ilgis 0,18 μm? Kokia didžiausia tų elektronų energija?

14.3.23. Raskite didžiausią šviesos bangos ilgį, kuriam esant gali vykti fotoefektas platinoje. Elektronų išlaisvinimo darbas yra 6,3 MeV.

14.3.24. Apskaičiuokite elektronų išlaisvinimo darbą, jeigu fotoefektas prasideda, kai metalą apšviečiančios šviesos dažnis yra $6 \cdot 10^{14}$ Hz.

14.3.25. Apskaičiuokite elektronų išlaisvinimo darbą iš cinko, kai 300 μm ilgio šviesos banga sukelia fotoefektą.

14.3.26. Volframo fotoefekto raudonoji riba yra $2{,}75 \cdot 10^{-7}$ m. Raskite: a) elektronų išlaisvinimo darbą; b) didžiausią elektronų greitį, kai volframą apšviečia šviesa, kurios bangos ilgis $1{,}8 \cdot 10^{-7}$ m; c) didžiausią šių elektronų energiją.

14.3.27. Kalio fotoefekto raudonoji riba yra $6{,}2 \cdot 10^{-5}$ cm. Raskite elektronų išlaisvinimo darbą.

14.3.28. Raskite didžiausią šviesos bangos ilgį, kuriam esant sidabre vyksta fotoefektas. Elektronų išlaisvinimo darbas lygus 4,3 eV.

14.3.29. Kokia yra fotono energija, kai bangos ilgis lygus $16 \cdot 10^{-13}$ m?

14.3.30. Kuri dalis fotoefektą sukeliančių fotonų energijos eikvojama išlaisvinimo darbui, jeigu didžiausias išlekiančių elektronų greitis lygus 10^6 m/s, o juos spinduliuojančio cinko paviršiaus raudonoji fotoefekto riba yra $29 \cdot 10^{-8}$ m?

14.3.31. Apšvietus elektros lanku, neigiamai įelektrinta metalo plokštelė dėl fotoefekto išsielektrina. Kaip pakis plokštelės išsielektrinimo greitis, uždėjus filtrą, nepraleidžiantį ultravioletinių spindulių?

14.3.32. Vakuuminio fotoelemento katodą apšvietus monochromatine šviesa, prasideda fotoefektas. Kaip pasikeis fotonų didžiausia kinetinė energija, šviesos dažnį padidinus 2 kartus?

14.3.33. Neįelektrinta izoliuota metalinė plokštelė apšviečiama ultravioletine šviesa. Kaip įsielektrins ši plokštelė, vykstant fotoefektui?

14.3.34. Kokia yra fotono impulso išraiška, jeigu šviesos dažnis yra ν?

14.3.35. Dvi vienodo metalo plokštelės įelektrintos priešingų ženklų krūviais. Kuri iš jų greičiau išsielektrins, kai bus apšviesta elektros lanku?

14.3.36. Vakuuminio fotoelemento katodą apšvietus monochromatine šviesa, prasideda fotoefektas. Kaip pasikeis fotonų, išlekiančių iš katodo per 1 s, skaičius, padidinus šviesos intensyvumą 4 kartus?

14.3.37. Cezio paviršių apšviečia ultravioletiniai spinduliai, kurių bangos ilgis 75 nm. Koks bangos ilgis atitinka elektronus, išlekiančius iš cezio didžiausiu greičiu? Cezio išlaisvinimo darbas lygus 1,97 eV.

VII. ATOMO IR ATOMO BRANDUOLIO FIZIKA

15. Atomo sandara

Bet kurio elemento atomas susideda iš *branduolio*, turinčio teigiamą elektros krūvį, ir apie jį įvairiomis orbitomis besisukančių elektronų. Bendras visų atomo elektronų krūvis yra lygus branduolio krūviui. Elektronui pereinant iš vienos orbitos į kitą, atomas išspinduliuoja arba sugeria vieną energijos kvantą:

$$h\gamma = E_2 - E_1; \qquad (15.1)$$

čia E_1 ir E_2 – visa atomo energija tam tikroje orbitoje.

Protono krūvis yra +1, masė 1, protono simbolis ${}_1p^1$.

Neutrono krūvis lygus 0, masė 1, neutrono simbolis ${}_0n^1$.

Elektrono krūvis -1, masė 0, elektrono simbolis ${}_{-1}e^0$.

Metodiniai nurodymai

Elektronas gali judėti stacionaria orbita nespinduliuodamas energijos. Atomas išspinduliuoja energijos kvantą elektronui peršokant iš tolimesnės orbitos į artimesnę. Atomui absorbuojant energiją, elektronas peršoka iš artimesnės orbitos į tolimesnę. Kiekvieną elektrono orbitą atitinka tam tikras atomo energijos lygmuo. Elektrono energija lygi jo kinetinės ir potencinės energijos sumai. Orbitų spinduliai gali būti tik tam tikrų diskretinių ilgių.

Elektronas sąveikauja su branduoliu ir visuotinės traukos jėga, tačiau ji yra labai maža palyginti su elektromagnetinės sąveikos (Kulono) jėga, todėl jos galima nepaisyti.

Spręsdami uždavinius, atminkite: spinduliuojamų bangų dažnį, ilgį, kvanto energiją galite rasti naudodamiesi formulėmis $h\nu_{kn} = E_k - E_n$; $\nu = c/\lambda$.

15.1. Atomo sandaros uždavinių sprendimo pavyzdžiai

15.1.1 pavyzdys. Kokia yra ličio ${}_3Li^7$ atomo sandara?

Duota: ${}_3Li^7$.

Rasti: ličio atomo sandarą.

Sprendimas

Ličio atomą sudaro 3 protonai, 4 neutronai ir 3 elektronai.

15.1.2 pavyzdys. Kokia yra azoto $_7N^{14}$ ir $_7N^{15}$ atomo sandara? Kuo jie skiriasi?

Duota: $_7N^{14}$ ir $_7N^{15}$.

Rasti: azoto atomo sandarą, kuo skiriasi atomai.

Sprendimas

Azoto $_7N^{14}$ atomą sudaro 7 protonai, 7 neutronų ir 7 elektronai. Azoto $_7N^{15}$ atomą sudaro 7 protonai, 8 neutronai ir 7 elektronai. Atomai skiriasi neutronų skaičiumi.

15.1.3 pavyzdys. Kokia yra kalio $_{19}K^{39}$ atomo sandara?

Duota: $_{19}K^{39}$.

Rasti: kalio atomo sandarą.

Sprendimas

Kalio atomą sudaro 19 protonų, 20 neutronų ir 19 elektronų.

15.1.4 pavyzdys. Vandenilio atome elektronas pereina iš vienos orbitos į kitą – artimesnę branduoliui, išspinduliuojamas fotonas, atomo energija sumažėja dydžiu, lygiu $3{,}03 \cdot 10^{-19}$ J. Raskime: a) atomo spinduliavimo dažnį; b) kokiai spektro sričiai priskiriamas šis spinduliavimas; c) išspinduliuojamo fotono masę. Planko konstanta $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Duota: $\Delta E = 3{,}03 \cdot 10^{-19}$ J – išspinduliuojamos energijos pokytis; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s – Planko konstanta; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s – šviesos greitis.

Rasti: atomo spinduliavimo dažnį ν, bangos ilgį λ, išspinduliuojamo fotono masę m.

Sprendimas

Išspinduliuojamos energijos pokytis $\Delta E = h\gamma$, iš čia $\gamma = \Delta E/h$. Atlikę skaičiavimus gauname $\nu = 4{,}6 \cdot 10^{14}$ Hz. Bangos ilgis $\lambda = c/\gamma$. Atlikę skaičiavimus gauname $\lambda = 0{,}65 \cdot 10^{-6}$ m. Šis bangos ilgis atitinka raudonąją spektro sritį. Išspinduliuojamo fotono masė $m = \Delta E/c^2$. Atlikę skaičiavimus gauname $m = 3{,}4 \cdot 10^{-36}$ kg.

Ats. $\nu = 4{,}6 \cdot 10^{14}$ Hz; raudonajai spektro sričiai; $m = 3{,}4 \cdot 10^{-36}$ kg.

15.2. Užduotys

15.2.1. Kokio bangos ilgio šviesa išspinduliuojama, vandenilio atomui perėjus iš vienos energetinės būsenos į kitą? Energija $\Delta E = 1{,}89$ eV.

15.2.2. Vandenilio atome elektronui pereinant iš ketvirtosios stacionarinės orbitos į antrąją, atomas netenka $4{,}05 \cdot 10^{-19}$ J energijos. Raskite spinduliuojamos šviesos bangos ilgį.

15.2.3. Atomo branduolio krūvis lygus $2{,}08 \cdot 10^{-18}$ C. Kokio elemento yra šis atomas?

15.2.4. Kuo skiriasi izotopų $_1H^3$ ir $_1H^1$ branduoliai?

15.2.5. Iš kokių nukleonų (protonų ir neutronų) susideda natrio $_{11}Na^{24}$, azoto $_7N^{14}$, urano $_{92}U^{235}$ branduoliai?

15.2.6. Kokio cheminio elemento branduolyje yra 4 neutronai ir 3 protonai; 6 neutronai ir 5 protonai?

15.2.7. Kuo skiriasi šviečiančios elektros lemputės siūlelio atomai nuo tos pačios lemputės siūlelio atomų, kai ji nešviečia?

15.2.8. Veikiamas 1,892 eV energijos elektronų, vandenilis švyti. Kokios spalvos linija gaunama spektre?

15.2.9. Kokios energijos fotoną išspinduliuoja vandenilio atomas, elektronui pereinant iš tolimiausios orbitos į pirmąją, jeigu vandenilio linijiniame spektre mažiausias bangos ilgis yra 91,2 nm? Kas atsitiks su vandenilio atomu, jeigu jo elektronas absorbuos dar didesnę energiją?

15.2.10. Vykstant elektros iškrovai kriptono-86 pripildytame vamzdyje, spinduliuojami šviesos kvantai, atitinkantys atomo būsenų energijų skirtumą $\Delta E = 3{,}278 \cdot 10^{-19}$ J. Nustatykite tų spindulių spalvą ir bangos ilgį.

15.2.11. 20 W galios lazeris spinduliuoja 10^{20} fotonų per sekundę. Raskite spindulių bangos ilgį.

15.2.12. Geodezijoje atstumams matuoti naudojamas optinis tolimatis: atstumas randamas pagal laiką Δt, per kurį lazerio spindulys nusklinda pirmyn ir grįžta atgal. Koks yra matuojamasis atstumas, jeigu $\Delta t = 180\ \mu$s?

15.2.13. Kurios lazerio spindulių savybės dėka pavyko atlikti Veneros, Marso, Jupiterio ir kitų planetų lokaciją?

15.2.14. Kurią lazerio spindulių savybę panaudojant daromos skylutės labai kietuose metaluose ir deimante?

16. Atomo branduolys

Atomo branduolį sudaro elementariosios dalelės *nukleonai*, kurie skirstomi į protonus ir neutronus. Protonų skaičius branduolyje žymimas raide Z, jis lygus branduolio krūviui, arba elemento eilės numeriui periodinėje lentelėje. Neutronų skaičius branduolyje žymimas raide N. Protonų ir neutronų skaičių suma vadinama *masės skaičiumi* ir žymima raide A:

$$A = Z + N.$$

Atomo branduolys žymimas cheminio elemento simboliu. Jo kairėje pusėje, apačioje rašomas krūvio skaičius Z, o viršuje – masės skaičius A. To paties elemento atomų branduoliuose gali būti skirtingas neutronų skaičius. Tokie atomai vadinami to elemento *izotopais*.

Branduolio masė skiriasi nuo neutralaus atomo masės sudarančių apvalkalą elektronų mase:

$$M_{\mathrm{b}} = M_{\mathrm{a}} - Zm_{\mathrm{e}};$$

čia m_{e} – elektrono masė. *Masės defektu* vadinamas sudarančių branduolį nukleonų masių sumos ir paties branduolio masės skirtumas.

$$\Delta M = Zm_{\mathrm{p}} + (A - Z)m_{\mathrm{n}} - M_{\mathrm{b}};$$

čia m_{p} – laisvo protono masė, m_{n} – laisvo neutrono masė. Branduolio ryšio energija lygi darbui, kurį reikėtų atlikti, norint branduolį suskaldyti į atskirus nukleonus, nesuteikiant jiems kinetinės energijos. Branduolio ryšio energija

$$E_{\mathrm{r}} = \Delta mc^2;$$

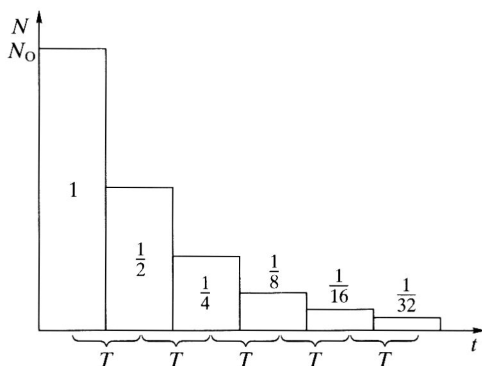
čia Δm – branduolio masės defektas. Atominėje fizikoje masė dažnai matuojama atominiais masės vienetais (a.m.v.); 1 a.m.v. = $1{,}66\cdot10^{-27}$ kg. 1 a.m.v. masės defektą atitinka 931 MeV branduolio ryšio energija.

Vykstant radioaktyviajam skilimui, radioaktyvių (nesuskilusių) atomų skaičius mažėja pagal dėsnį

$$N = N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}; \qquad (16.1)$$

čia N_0 – radioaktyviųjų atomų skaičius pradiniu laiko momentu, λ – radioaktyviojo skilimo konstanta; t – skilimo laikas. Laikas, per kurį suyra pusė branduolių, vadinamas *pusėjimo trukme* arba *pusamžiu* T:

$$T = \ln 2/\lambda = 0{,}693/\lambda. \qquad (16.2)$$



16.1 pav. Diagrama ryšiui tarp irimo pusamžio ir medžiagos kiekio nustatyti

Vykstant α skilimui, branduolys netenka teigiamo krūvio $2e$, jo masė sumažėja maždaug keturiais atominės masės vienetais ir susidaro naujas elementas, pasislinkęs periodinėje elementų lentelėje per du langelius link pradžios.

Vykstant β skilimui, branduolio krūvis vienetu padidėja, o masė beveik nepakinta. Elementas paslenka per vieną langelį link periodinės elementų lentelės galo.

Energijos pokytis vykstant branduolinei reakcijai

$$\Delta E = \left(\sum M_1 - \sum M_2\right)c^2; \quad (16.2)$$

čia $\sum M_1$ ir $\sum M_2$ – dalelių masių suma prieš reakciją ir po jos. Jeigu $\sum M_1 > \sum M_2$, tai energija išsiskiria, o jeigu $\sum M_1 < \sum M_2$, energija sugeriama.

Metodiniai nurodymai

Branduolinių reakcijų lygtyse tarp kairiosios ir dešiniosios dalies rašome ženklą „→“. Rašyti lygybę nekorektiška, nes skiriasi sąveikaujančių ir po sąveikos susidariusių dalelių bendra masė. Visos elementarios dalelės turi ir dalelių, ir bangų savybių. Branduolinė reakcija – tai dviejų (arba daugiau) dalelių sąveika, kurios metu susidaro naujos dalelės. Tos dalelės gali būti elementų branduoliai. Branduolinėms reakcijoms galioja įvairūs tvermės dėsniai.

Elektros krūvio tvermės dėsnis: *eilės numerių periodinėje lentelėje suma po reakcijos lieka ta pati.*

Nuklonų skaičiaus (masės skaičiaus) tvermės dėsnis (neįskaitant antidalelių): *bendras nuklonų skaičius po reakcijos lieka tas pats.*

Energijos tvermės dėsnis: *pradinių dalelių ir reakcijos produktų visų energijų suma lieka nepakitusi.*

Impulso tvermės dėsnis: *pradinių dalelių ir reakcijos produktų visų impulsų suma lieka nepakitusi.*

Sudarinėti branduolinių reakcijų lygtis siūlome taip:

1. Parašykite branduolinės reakcijos lygtį, ieškomąjį elementą pažymėję $_{Z}X^{A}$.
2. Apskaičiuokite krūvį Z taikydami elektros krūvio tvermės dėsnį, masės skaičių A, taikydami nuklonų skaičiaus tvermės dėsnį.
3. Raskite periodinėje lentelėje ieškomąjį elementą.
4. Jeigu gaunama elementarioji dalelė, nustatykite, kokia ji.

Spręsdami uždavinius apie atomų branduolių ryšio energiją, atkreipkite dėmesį:

Ryšio energija – tai energija, kurios reikėtų norint suskaldyti branduolį į atskirus nuklonus. Atominėje fizikoje energija dažnai matuojama elektronvoltais (eV), o masė – atominiais masės vienetais (a.m.v.): 1 eV $= 1{,}6\cdot10^{-19}$ J; 1 a.m.v. $= 1{,}66\cdot10^{-27}$ kg. 1 a.m.v. masės defektą atitinka 931 MeV branduolio ryšio energija.

Lentelėse nurodyta izotopų masė – tai neutralių atomų, o ne branduolių masė. Todėl pastarąją reikia apskaičiuoti pagal formulę $M_b = M_a - Zm_e$; čia M_a – atomo masė, Zm_e – visų jo elektronų masė. Tačiau elektrono masė ($9{,}1\cdot10^{-31}$ kg) yra labai maža, lyginant su branduolio mase, todėl galima sakyti, kad visa atomo masė susitelkusi branduolyje.

Šios rūšies uždavinius siūlome spręsti taip:

1. Kai reikia apskaičiuoti elemento branduolio ryšio energiją, raskite jo protonų ir neutronų skaičių, apskaičiuokite jų masę; lentelėse raskite branduolio masę: apskaičiuokite masės defektą ir jį padauginkite iš 931 MeV/a.m.v.
2. Kai reikia apskaičiuoti energijos pokytį įvykus branduolinei reakcijai, raskite dalelių masių prieš reakciją ir po reakcijos sumas. Tų sumų skirtumą ΔM padauginkite iš 931 MeV/a.m.v. Jeigu $\Delta M > 0$, energija išsiskiria, o jeigu $\Delta M < 0$ – energija sugeriama. Jeigu reikia, ryšio energiją išreikškite džauliais: 1 MeV $= 1{,}6\cdot10^{-13}$ J.

UŽDAVINIŲ SPRENDIMO PAVYZDŽIAI IR UŽDUOTYS

16.1. Radioaktyvaus skilimo dėsnis

16.1.1 pavyzdys. Tam tikras radioaktyvaus radono kiekis per 11,4 dienos sumažėjo 8 kartus. Raskime irimo pusamžį.

Sprendimas

Iš diagramos matome, kad 8 kartus medžiagos kiekis sumažėja per laiką, lygų $3T$, t. y. $3T = 11{,}4$ dienos. Iš čia $T = 11{,}4/3 = 3{,}8$ dienos.

Ats. 3,8 dienos.

16.1.2 pavyzdys. Radioaktyvusis natrio izotopas Na skyla ir išspinduliuoja β dalelę. Šio izotopo irimo pusamžis 14,8 h. Kiek atomų šios radioaktyvios medžiagos 1 mg suskyla per 10 h?

Duota: Na – natrio izotopas; $T = 14{,}8\ h = 5{,}33\cdot10^{4}$ s – izotopo irimo pusamžis; $t = 10$ h $= 3{,}6\cdot10^{4}$ s – skilimo laikas; $m = 1$ mg $= 10^{-6}$ kg – izotopo masė.

Rasti: per laiką t suskilusių atomų skaičių ΔN.

Sprendimas

Per laiką t suskilusių atomų skaičius $\Delta N = N_0 - N$; čia N_0 – nesuskilusių atomų skaičius pradiniu laiko momentu; N – po laiko t nesuskilusių atomų skaičius. Užrašome radioaktyvaus skilimo dėsnį $N = N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}$. Tada $\Delta N = N_0 - N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t} = N_0(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t})$. Į šią lygtį įrašome $\lambda = \ln 2/T$: $\Delta N = N_0(1 - \mathrm{e}^{-\ln 2t/T}) = N_0[1 - (\mathrm{e}^{\ln 2})^{-t/T}] = N_0(1 - 2^{-t/T})$.

Kadangi atomų skaičius bet kurios medžiagos viename molyje lygus Avogadro skaičiui N_A, tai atomų skaičius N_0 medžiagos masėje m yra lygus santykio m/M ir Avogadro skaičiaus sandaugai: $N_0 = mN_A/M$; čia M – natrio molio masė. Šią išraišką įrašę į radioaktyvaus skilimo dėsnio lygtį, gauname $\Delta N = m/M \cdot N_A(1 - 2^{-t/T})$. Atlikę skaičiavimus gauname $\Delta N \approx 9{,}3 \cdot 10^{18}$.

Ats. Per 10 h suskyla $9{,}3 \cdot 10^{18}$ natrio atomų.

16.1.3 pavyzdys. Koks yra radono irimo pusamžis, jeigu per 1 parą iš 1 mln. atomų suskyla 175 000 atomų?

Duota: t = 1 para = $8{,}64 \cdot 10^4$ s – skilimo laikas; $N_0 = 10^6$ – atomų skaičius; $\Delta N = 1{,}75 \cdot 10^5$ – suskilusių atomų skaičius.

Rasti: irimo pusamžį T.

Sprendimas

Radono pusamžis $T = 0{,}693/\lambda$ (16.2). Radioaktyviojo skilimo konstantą λ randame iš lygybės $\Delta N = N_0(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t})$:

$\lambda = 1/t \lg e \cdot \lg N_0/N_0 - \Delta N$.

Šią išraišką įrašome į (16.2) lygtį ir išreiškiame T. Atlikę skaičiavimus gauname $T \approx 3{,}3 \cdot 10^5$ s.

Ats. $T \approx 3{,}3 \cdot 10^5$ s.

16.1.4 pavyzdys. Kiek procentų radioaktyvaus elemento branduolių suyra per laiką, lygų vidutinei jo gyvavimo trukmei?

Duota: $t = \tau$

Rasti: santykinį radioaktyviųjų branduolių skaičiaus sumažėjimą procentais δ.

Sprendimas

Ieškome δ – santykinio radioaktyviųjų branduolių skaičiaus sumažėjimo procentais, t. y. $\delta = N_0 - N/N_0 \cdot 100\%$.

Radioaktyviųjų branduolių skaičius išreiškiamas lygtimi $N = N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}$, taigi $\delta = (1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}) \cdot 100\%$. Radioaktyvaus skilimo konstanta λ ir radioaktyvaus elemento gyvavimo trukmė susijusios priklausomybe $\lambda = 1/\tau$. Tada $\delta = (1 - \mathrm{e}^{-1}) \cdot 100\% = 63\%$.

Ats. 63%.

16.1.5 pavyzdys. Polonio irimo pusamžis lygus 138 paroms. Keli atomai iš 10^6 atomų suskyla per parą?

Duota: $t = 1$ para; irimo pusamžis $T = 138$ paros.

Rasti: suskilusių atomų skaičių N.

Sprendimas

Nesuskilusių atomų skaičius išreiškiamas formule $N = N_0 2^{-t/T}$. Apskaičiuojame $x = 2^{-1/138}$; $\lg x = 10{,}2218$; $x = 0{,}999$. $N = 10^6 \cdot 0{,}999 = 9{,}99 \cdot 10^5$. Suskilusių branduolių skaičius $N = 10^6 - 9{,}99 \cdot 10^5 = 1000$.

Ats. $N = 1000$.

16.2. Branduolinės reakcijos

16.2.1 pavyzdys. Kodėl radioaktyviųjų elementų skleidžiamos α dalelės negali sukelti sunkiųjų elementų branduolinių reakcijų?

Ats. α dalelių energija per maža, kad įveiktų sunkiųjų elementų branduolių stūmos jėgas ir įsiskverbtų į branduolius.

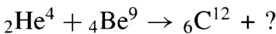
16.2.2 pavyzdys. Kuo skiriasi radioaktyviųjų ir neradioaktyviųjų elementų branduolių sudėtis?

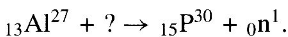
Ats. Radioaktyviųjų elementų atomų branduoliuose neutronų yra gerokai daugiau negu protonų. Pvz., urano izotopo ${}_{92}U^{238}$ branduolyje yra 146 neutronai ir 92 protonai.

16.2.3 pavyzdys. Kuo skiriasi deguonies ${}_8O^{16}$, ${}_8O^{17}$, ${}_8O^{18}$ izotopų branduoliai?

Ats. Deguonies izotopų simboliai ${}_8O^{16}$, ${}_8O^{17}$, ${}_8O^{18}$ rodo, kad visuose branduoliuose yra po lygiai protonų – $Z = 8$, o neutronų yra $N_1 = 16 - 8 = 8$, $N_2 = 17 - 8 = 9$, $N_3 = 18 - 8 = 10$. Izotopų branduoliai skiriasi neutronų skaičiumi.

16.2.4 pavyzdys. Įrašykime branduolinių reakcijų lygtyse nežinomus narius:


${}_2He^4 + {}_4Be^9 \rightarrow {}_6C^{12} + ?$


${}_{13}Al^{27} + ? \rightarrow {}_{15}P^{30} + {}_0n^1$.

Sprendimas

Pirmoje lygtyje (elektros krūvio tvermės dėsnis) $2 + 4 = 6 + Z$; $Z = 0$. Taikome masės skaičiaus tvermės dėsnį: $4 + 9 = 12 + A$; $A = 1$. Ieškomasis lygties narys – neutronas ${}_0n^1$.

Antroje lygtyje $13 + Z = 15 + 0$; $Z = 2$; ir $27 + A = 30 + 1$; $A = 4$. Ieškomoji dalelė ${}_2He^4$.

Ats. ${}_0n^1$; ${}_2He^4$.

16.2.5 pavyzdys. Koks elementas susidaro iš ${}_{92}U^{238}$ įvykus α skilimui ir dviem β skilimams?

Sprendimas

Įvykus α skilimui, susidaro elementas, periodinėje elementų sistemoje esantis per du langelius arčiau pradžios. Masės skaičius sumažėja 4 vienetais, susidaro ${}_{90}Th^{234}$. Po dviejų β skilimų susidaręs elementas bus per 2 langelius toliau, jo masės skaičius bus toks pat. Tai – ${}_{92}U^{234}$.

Ats. ${}_{92}U^{234}$.

16.2.6 pavyzdys. Raskime deguonies branduolio ${}_8O^{16}$ masės defektą.

Duota: $m_p = 1{,}00728$ a.m.v. – protono masė; $m_n = 1{,}00866$ a.m.v. – neutrono masė; $m_e = 0{,}000555$ a.m.v. – elektrono masė; $M = 15{,}99491$ a.m.v. – deguonies atomo masė.

Rasti: deguonies masės defektą ΔM; ryšio energiją E_r.

Sprendimas

Deguonies branduolio masė $M_b = M - Zm_e$. Masės defektas $\Delta M = Zm_p + Nm_n - M_b$. Kadangi $Z = 8$, $N = 16-8 = 8$, tai $\Delta M = 8(1{,}00728+1{,}00866)-(15{,}99491-8\cdot 0{,}00055) = 0{,}13701$ a.m.v. Deguonies atomo branduolio ryšio energija $E_r = 0{,}13701 \cdot 931 = 127{,}5$ MeV.

Ats. $\Delta M = 0{,}13701$ a.m.v.; $E_r = 127{,}5$ MeV.

16.2.7 pavyzdys. Koks yra neono izotopo $_{10}Ne^{20}$ branduolio masės defektas?

Duota: $m_p = 1{,}6724\cdot 10^{-27}$ kg – protono masė; $m_n = 1{,}6748\cdot 10^{-27}$ kg – neutrono masė; $M_b = 33{,}1888\cdot 10^{-27}$ kg – branduolio masė.

Rasti: deguonies masės defektą ΔM.

Sprendimas

Branduolio masės defektas $\Delta M = Zm_p + (A - Z)m_n - M_b$. Simbolinis izotopo ženklas $_{10}Ne^{20}$ rodo, kad $A = 20$ ir $Z = 10$. Atlikę skaičiavimus gauname $\Delta M = 2{,}832\cdot 10^{-28}$ kg.

Ats. $\Delta M = 2{,}832\cdot 10^{-28}$ kg.

16.2.8 pavyzdys. Kurioje branduolinėje reakcijoje energija išsiskiria ir kurioje suvartojama:


$_3Li^7 + {_1H^1} \rightarrow 2{_2He^4}$; $_7N^{14} + {_2He^4} \rightarrow {_8O^{17}} + {_1H^1}$?

Koks kiekvienos reakcijos energijos balansas?

Duota: ličio $m = 7{,}01601$ a.m.v.; vandenilio $m = 1{,}00728$ a.m.v.; helio $m = 8{,}00520$ a.m.v.; azoto $m = 14{,}0307$ a.m.v.; deguonies $m = 16{,}99913$ a.m.v.

Rasti: energijos vertes ΔE_1; ΔE_2.

Sprendimas

Branduolinio virsmo metu dalis branduolio vidinės energijos gali virsti kitų rūšių energija, pvz., naujųjų dalelių kinetine energija. Pagal energijos tvermės dėsnį vidinės energijos pokytis lygus dalelių kinetinės energijos pokyčiui. Apskaičiuojame energijos pokytį vykstant pirmajai reakcijai: $\Delta E_1 = 16{,}8$ MeV. Vykstant antrajai reakcijai, $\Delta E_2 = -0{,}689$ MeV. Vykstant pirmajai reakcijai, energija išsiskiria, nes $\Delta M > 0$, o vykstant antrajai, energija suvartojama, nes $\Delta M < 0$.

16.2.9 pavyzdys. Vienam $_{92}U^{235}$ branduoliui dalijantis į dvi skeveldras, išsiskiria 200 MeV energijos. Kiek energijos išsiskiria branduoliniame reaktoriuje sudegus 1 g šio urano izotopo? Kiek reikia akmens anglies tokiam pat energijos kiekiui gauti?

Duota: $\Delta E = 200$ MeV = $3{,}2\cdot 10^{-11}$ J – išsiskirianti energija; $m = 1$ g = 10^{-3} kg – izotopo masė; $q = 2{,}9\cdot 10^7$ J/kg – akmens anglies kaloringumas.

Rasti: reaktoriuje išsiskyrusią energiją E; akmens anglies masę m_1.

Sprendimas

Energiją, išsiskiriančią dalijantis 1 g urano, rasime pagal formulę $E = \Delta E \cdot N$; N – atomų skaičius viename urano grame. $N = \nu N_A$; čia ν – medžiagos molių skaičius; N_A – Avogadro skaičius. Tačiau $\nu = m/M$; čia $M = 0{,}235$ kg/mol – šio urano izotopo molio masė. Tada $N = (m/M)N_A$ ir $E = \Delta E(m/M)N_A$.

Atlikus skaičiavimus, gauname $E = 8{,}2 \cdot 10^{10}$ J. Degant akmens angliai, išsiskiria energijos kiekis $E = Q = qm_1$. Atlikę skaičiavimus gauname $m_1 = 2{,}8 \cdot 10^3$ kg.

Ats. $E = 8{,}2 \cdot 10^{10}$ J; $m_1 = 2{,}8 \cdot 10^3$ kg.

16.2.10 pavyzdys. Ieškant giliai užkastuose vamzdynuose vietos, pro kurią nuteka skystis, į tą skystį įmaišoma radioaktyviosios medžiagos. Kaip randama nutekėjimo vieta naudojantis Geigerio skaitikliu?

Ats. Skystis sugeria radioaktyvųjį spinduliavimą silpniau negu metalas. Todėl toje vietoje, kur jis nuteka, radiacija stipresnė. Geigerio skaitikliu galima nustatyti, kur ji stipriausia – ten skystis ir išteka iš vamzdyno.

16.2.11 pavyzdys. Kodėl neutronai yra efektyviausi „sviediniai“ branduoliams bombarduoti, efektyvesni už radioaktyviųjų elementų skleidžiamas elektringas daleles?

Ats. Atomo branduolys turi teigiamą krūvį, todėl atstumia protonus ir α daleles. Neutronas neturi elektros krūvio, todėl netrukdomas įsiskverbia į atomo branduolį. β spindulių elektronus branduolys pritraukia, bet elektrono masė labai maža, palyginti su neutrono mase, todėl jo poveikis kur kas mažesnis.

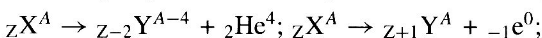
16.2.12 pavyzdys. Ar yra branduolinio ir termobranduolinio sprogimo galios riba?

Ats. Vykstant grandininei branduolinei reakcijai, kyla temperatūra ir slėgis. Todėl, sprogstant bombai, dar nespėjęs pasidalyti branduolinis kuras gali išlakstyti į gabalus, kurių masė mažesnė už krizinę it tada reakcija nutrūksta. Termobranduolinio sprogimo galios jokie reiškiniai neriboja.

16.2.13 pavyzdys. Keli α ir β skilimai įvyksta, kol uranas ${}_{92}U^{235}$ virsta švinu ${}_{92}Pb^{207}$?

Sprendimas

Radioaktyvieji branduoliai skyla išmesdami α ir β daleles:



${}_ZX^A \to {}_{Z-2}Y^{A-4} + {}_2He^4$; ${}_ZX^A \to {}_{Z+1}Y^A + {}_{-1}e^0$;

čia X – pradinio elemento branduolys, o Y – po skilimo susidaręs branduolys. Po α skilimo masės skaičius sumažėja 4, krūvis – 2 vienetais. Po β skilimo masės skaičius nepakinta, o krūvis padidėja vienetu. Kadangi masės skaičius mažėja tik per α skilimą, tai α skilimų skaičius $n_\alpha = (M_1 - M_2)/m_\alpha$; čia M_1, M_2 ir m_α – urano, švino ir α dalelės masės skaičiai. Tada $n_\alpha = (235 - 207) : 4 = 7$. Dėl to urano krūvis sumažėja $7 \cdot 2 = 14$ vienetų. Iš tikrųjų pradinio ir galinio branduolių krūviai skiriasi $Z_1 - Z_2 = 92 - 82 = 10$ vienetų. Kadangi per β skilimą krūvis padidėja vienetu, tai turi įvykti $14 - 10 = 4$ β skilimai.

Ats. Įvyksta 7 α skilimai ir 4 β skilimai.

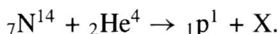
16.2.14 pavyzdys. Azoto izotopo ${}_7N^{14}$ branduoliui pagavus α dalelę, susidaro nežinomas elementas ir protonas. Reikia parašyti reakcijos lygtį ir nustatyti, koks tai elementas.

Duota: ${}_7N^{14}$ – azoto izotopas; ${}_2He^4$ – α dalelė; ${}_1p^1$ – protonas.

Rasti: nežinomą elementą X.

Sprendimas

Užrašome branduolinės reakcijos lygtį:



$_7N^{14} + {}_2He^4 \rightarrow {}_1p^1 + X.$

Masės skaičių ir krūvių suma šios lygties abiejose pusėse turi būti vienoda, t. y. $14+4 = 1+A$ ir $7+2 = 1+Z$; iš čia $A = 17$, $Z = 8$. Gautąjį elementą simboliškai užrašome X. Periodinėje elementų lentelėje randame, kad tai – deguonies izotopas $_8O^{17}$.

Ats. Tai $_8O^{17}$.

16.2.15 pavyzdys. Atominė elektrinė per metus suvartoja 19,2 kg branduolinio kuro. Elektrinės naudingumo koeficientas yra 0,25. Vieno urano $_{92}U^{235}$ branduolio skilimo metu išsiskiria energija, lygi 200 MeV. Apskaičiuokite AE galią.

Duota: $m = 19{,}2$ kg – branduolinio kuro masė; $t = 1$ metai $= 365 \cdot 24 \cdot 3600$ s – laikas; AE naudingumo koeficientas $\eta = 0{,}25$; $\Delta E = 200 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-13}$ J - branduolio skilimo metu išsiskirianti energija.

Rasti: AE galią P.

Sprendimas

Tik dalis gautos energijos suvartojama elektros energijai gaminti. Todėl $\eta E = Pt$. Gauta energija $E = \Delta E \cdot \Delta N$, čia ΔN – suirusių branduolių skaičius, lygus atomų skaičiui branduoliniame kure: $\Delta N = m/M \cdot N_A$; M – urano molio masė, N_A – Avogadro skaičius. Iš šių lygčių gauname formulę elektrinės galiai rasti: $P = \eta \Delta E m / Mt \cdot N_A$.

Atlikę skaičiavimus gauname $P = 12{,}47$ MW.

Ats. $P = 12{,}47$ MW.

16.3. Užduotys

16.3.1. Kuo skiriasi urano branduolių dalijimasis reaktoriuje ir atominėje bomboje?

16.3.2. Nustatyta, kad apšaudant $_{13}Al^{27}$ izotopą alfa dalelėmis, susidaro protonas ir nežinomas elementas. Nustatykite, koks elementas susidarė.

16.3.3. Apšaudant azoto izotopą $_7N^{14}$ neutronais, gaunamas anglies izotopas $_6C^{14}$ ir išsiskiria β dalelės. Parašykite reakcijos lygtis.

16.3.4. Protaktinis $_{91}Pa^{231}$ yra α-radioaktyvus. Nustatykite, kokia medžiaga susidaro šio skilimo metu.

16.3.5. Kokia helio branduolio ryšio energija?

16.3.6. Apskaičiuota, kad skylant urano izotopo $_{92}U^{235}$ branduoliui, išsiskiria 200 MeV energijos. Kiek energijos galima gauti iš 1 g urano?

16.3.7. Branduolinis reaktorius per parą sunaudoja 200 g urano izotopo $_{92}U^{235}$. Reaktoriaus galia 32 000 kW. Kokia išsiskiriančios energijos dalis yra naudinga?

16.3.8. Raskite ličio izotopo $_3Li^7$ branduolio ryšio energiją.

16.3.9. Bombarduojant aliuminį $_{13}Al^{27}$ α dalelėmis, susidaro fosforo izotopas $_{15}P^{30}$. Kokia dalelė išlekia šio branduolio virsmo metu? Parašykite reakcijos lygtį.

16.3.10. Apskaičiuokite aliuminio $_{13}Al^{27}$ branduolio ryšio energiją.

16.3.11. Yra 10^{10} radžio atomų. Kiek atomų liks po 3200 metų, jeigu radžio pusamžis yra 1600 metų?

16.3.12. Atominėje elektrinėje, kurios galia $3{,}5 \cdot 10^5$ kW, per parą suvartojama 0,105 g urano. Koks elektrinės naudingumo koeficientas, jeigu dalijantis vienam urano branduoliui, išsiskiria 200 MeV energijos?

16.3.13. Per parą suyra 17,5% radono radioaktyviųjų branduolių. Nustatykite radono pusamžį.

16.3.14. Kokia atominės elektrinės galia, jeigu per parą ji suvartoja 300 g urano $_{92}U^{235}$? Elektrinės naudingumo koeficientas yra 25%.

16.3.15. Apskaičiuokite urano izotopo $_{92}U^{235}$ branduolio masės defektą. Kiek jo savitoji ryšio energija skiriasi nuo maksimalios?

16.3.16. Azoto izotopo $_7N^{14}$ branduoliui pagavus neutroną, susidaro nežinomas elementas ir α dalelė. Parašykite reakcijos lygtį ir nustatykite, koks tai elementas.

16.3.17. Kiek branduolių suskyla per sekundę iš kiekvieno milijardo jodo izotopo $_{53}I^{131}$ branduolių?

16.3.18. Per 8 h radioaktyviojo izotopo pradinis kiekis sumažėjo 3 kartus. Kiek kartų jis sumažės per parą (skaičiuojama nuo pradinio laiko momento)?

16.3.19. Kuri dalis radioaktyvaus kobalto izotopo $_{27}Co^{58}$ suskyla per 20 parų, jeigu jo pusamžis 72 paros? Per kiek laiko suskyla tokia pat dalis izotopo $_{27}Co^{60}$ atomų, jeigu jo pusamžis 5,3 metų?

16.3.20. 1 g urano spinduliuoja $1{,}24 \cdot 10^4$ α dalelių per 1 s. Raskite izotopo pusamžį.

16.3.21. Kiek urano $_{92}U^{235}$ sunaudojama per parą atominėje elektrinėje, kurios galia 5000 kW, jeigu elektrinės naudingumo koeficientas 16,7%? Dalijantis atomui, išsiskiria 200 MeV energijos.

16.3.22. Kokia radioaktyvaus kobalto branduolių dalis suskils per mėnesį, jeigu kobalto skilimo pusamžis yra 71,3 paros?

16.3.23. Per kiek laiko suskils 80% chromo radioaktyvaus izotopo $_{24}Cr^{51}$ atomų? Medžiagos skilimo pusamžis 27,8 paros.

16.3.24. Apšaudant fluoro $_9F^{19}$ branduolius protonais, susidaro deguonis $_8O^{16}$. Kiek energijos išsiskiria šios reakcijos metu ir kokie branduoliai dar susidaro?

16.3.25. Apšaudant boro $_5B^{11}$ atomus protonais, susidaro berilis $_4Be^8$. Kiek energijos išsiskiria šios reakcijos metu ir kokie branduoliai dar susidaro?

16.3.26. Apšaudant ličio $_3Li^7$ branduolius protonais, gaunamas helis. Parašykite reakcijos lygtį. Kiek energijos išsiskiria šios reakcijos metu? Laikydami, kad ši energija po lygiai pasidalija dviem α dalelėms, raskite dalelių greitį. Pradinė protonų ir ličio branduolių kinetinė energija lygi nuliui.

16.3.27. Apskaičiuokite vandenilio izotopo $_1H^2$ masės defektą.

VIII. ASTRONOMIJA

17. Astronomija

Astronomija – tai mokslas, tiriantis kosminių kūnų, jų sistemų, Visatos materijos fizikinę būseną ir cheminę sandarą, judėjimą ir evoliuciją. Nulinio (Grinvičo) dienovidinio vietinis vidutinis saulinis laikas vadinamas *pasauliniu laiku.* Žinant pasaulinį laiką, vietinis vidutinis saulinis laikas skaičiuojamas pagal formulę $t = T_0 + l^{\mathrm{h}}$, kur T_0 – pasaulinis laikas, l^{h}– vietos geografinė ilguma, išreikšta valandomis. Pvz., Grinvičo vidurnaktį (0 val. pasauliniu laiku) Vilniuje atitinka 1 val. 41 min. Juostinis laikas, kurį rodo mūsų laikrodžiai, apskaičiuojamas pagal formulę $T = t + N - l^{\mathrm{h}}$, kur t – vietinis vidutinis saulinis laikas, N – laiko juostos numeris (mūsų 2).

Vieni svarbiausių astronomijos dėsnių yra **J. Keplerio dėsniai**:

I dėsnis – *kiekviena planeta skrieja aplink Saulę elipse, kurios viename židinyje (visų planetų jis bendras) yra Saulė.*

II dėsnis – *planetos spindulys vektorius per lygius laiko tarpus nubrėžia lygius plotus.*

III dėsnis – *planetų skriejimo aplink Saulę žvaigždinių periodų kvadratai proporcingi jų orbitų didžiųjų pusašių kubams.*

Gravitacija – tai visų materialių kūnų geba traukti vienas kitą. Gravitacijos jėgą nusako I Niutono dėsnis, atrastas 1687 m.: *traukos jėga F tarp dviejų kūnų yra proporcinga jų masių* m_1 *ir* m_2 *sandaugai ir atvirkščiai proporcinga tarpusavio nuotolio d kvadratui.*

$$F = G \cdot m_1 \cdot m_2/d^2; \qquad (17.1)$$

čia G – gravitacijos konstanta, $G = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ $\mathrm{Nm^2 \cdot kg^{-2}}$. Šis dėsnis pagrindė empirinius J. Keplerio dėsnius ir apibendrino juos visiems kosminiams kūnams, kurie skrieja aplink centrinį kūną bet kokiomis antrosios eilės kreivėmis (apskritimu, elipse, parabole, hiperbole). Trečiasis J. Keplerio dėsnis išreiškiamas formule

$$a_1^3/a_2^3 = T_1^2(M_1 + m_1)/T_2^2(M_2 + m_2); \qquad (17.2)$$

čia a_1 ir a_2 – kosminių kūnų, skriejančių aplink centrinius kūnus, orbitų didieji pusašiai, T_1 ir T_2 – skriejimo aplink centrinius kūnus periodai, M_1 ir M_2 – centrinių kūnų masės, m_1 ir m_2 – aplink juos skriejančių kūnų masės. Atstumus Saulės sistemos ribose labai patogu išreikšti astronominiais vienetais. Vidutinis atstumas tarp Žemės ir Saulės centrų vadinamas *astronominiu vienetu.* 1 av (AU) = (149 597 870 ±2) km. Kitas astronominis atstumo vienetas – *parsekas.* Jis lygus nuotoliui kosminio kūno, iš kurio žiūrint, Žemės orbitos aplink Saulę didysis pusašis matomas vienos lanko sekundės kampu. 1 pc = 206 264,8 av = $3{,}086 \cdot 10^{13}$ km = 3,26 šm. Šm – *šviesmetis*, tai nuotolis, kurį šviesa nusklinda vakuume per 1 atogrąžinius metus. 1 šm = $9{,}46 \cdot 10^{12}$ km = 0,3066 pc = 63 240 av.

17.1. Astronomijos uždavinių sprendimo pavyzdžiai

17.1.1 pavyzdys. Štirlicas ruošėsi sutikti Naujuosius Metus savo viloje prie Berlyno. Puošni eglutė ir naujametinis stalas jau laukė šventės pradžios. Paskutinę akimirką už durų pasigirdo triukšmas, į kambarį įsiveržė ginkluoti žmonės. Štirlicą surišo, užrišo akis ir kažkur ištempė. Pradžioje važiavo mašina, paskui ilgai kratėsi lėktuve. Štirlicas net spėjo nusnausti. Paskui išvilko jį lauk, atrišo akis ir pasakė: „Arba pasakysi, kam dirbi, arba liksi čia amžinai“. Štirlicas pirmiausia išvydo ... pingviną, išdidžiai žingsniuojantį sniegu. Štirlicas neteko žado, papurtė galvą ir pažvelgė aukštyn. Virš galvos driekėsi nepažįstamas juodas dangus. Nebuvo nei Mažųjų, nei Didžiųjų Grįžulo ratų, nei Kasiopėjos. Bet danguje žėrėjo gražus žvaigždžių kryžius, greta – ryški žvaigždė. „Kanopas“ (Kilio žvaigždyno α, supermilžinė, antroji po Sirijaus pagal spindesį danguje), – prisiminė Štirlicas. Virš jo matėsi Didysis Magelano debesis, Musės, Pietų Trikampio žvaigždynai. Staiga Štirlicas nusijuokė – jis suprato, kad tai – tik imitacija, vadinasi, atsirado šansas išsisukti. Kodėl Štirlicas nusprendė, kad tai imitacija?

Ats. Sprendžiant iš gamtos ir žvaigždėto dangaus aprašymo, Štirlicą atvežė į Antarktidą. Štirlicas neblogai išmanė astronomiją – apie Naujuosius Metus Antarktidoje poliarinė diena.

17.1.2 pavyzdys. Kodėl Mėnulio paviršiuje dienos ir nakties temperatūros skiriasi šimtais laipsnių, o Žemėje – keliais laipsniais?

Ats. Saulei nusileidus, planetos ar jos palydovo paviršius vėsta. Tai vyksta dėl infraraudonųjų spindulių spinduliavimo. Planetose ir palydovuose, neturinčiuose atmosferos (pvz., Merkurijuje, Mėnulyje, ...) šio spinduliavimo niekas nesulaiko, todėl paviršius greitai atvėsta. Mėnulyje diena trunka ilgai, mažas grunto šilumos laidumas. Planetose, turinčiose atmosferą (pvz., Žemėje, Veneroje, ...) vandens garai, įvairios dujos sugeria infraraudonuosius spindulius, sušildo paviršių, jis taip greitai neatvėsta. Aukštai kalnuose (retas oras), dykumose (beveik nėra vandens garų) paviršiaus temperatūra krinta greitai.

17.1.3 pavyzdys. Žemėje X planeta matoma vidurnaktį. Ar atstumas nuo šios planetos iki Saulės yra didesnis ar mažesnis, negu nuo Žemės iki Saulės?

Ats. Nepriklausomai nuo to, kurioje dangaus vietoje matoma X planeta, ji yra toliau nuo Saulės negu Žemė.

17.1.4 pavyzdys. Yra žinoma, kad didžiųjų planetų spindesys priklauso nuo atstumo iki jų. Mažųjų planetų spindesys gali kisti nepriklausomai nuo atstumo iki jų. Kodėl?

Ats. Beveik visos mažosios planetos – asteroidai – yra netaisyklingos formos. Asteroidams sukantis, jų spindesys kinta, nes kinta paviršiaus, atspindinčio Saulės šviesą, plotas.

17.1.5 pavyzdys. Ar gali žvaigždės turėti dėmių?

Ats. Gali, nes Saulė – tipiška žvaigždė nykštukė – turi dėmių. Kitose žvaigždėse taip pat aptikta dėmių. Tai įrodo temperatūros pokyčio stebėjimai žvaigždėse. Juk dėmės – tai žemesnės temperatūros sritys žvaigždės paviršiuje.

17.1.6 pavyzdys. Mažasis princas atskrido į planetą, kurią palei pusiaują žmogus gali apeiti per 24 valandas. Įvertinkime šios planetos masę ir dydį. Vidutinis mažųjų planetų tankis yra 2,5 g/cm^3.

Sprendimas

Ieškosime mažosios planetos spindulio R ir masės M. Sakykime, per 24 valandas žmogus apeina planetą greičiu v. Nueitas kelias $2\pi R = vt$.

Pirma, įvertinant greitį v, aišku, kad jis neturi būti didesnis už pirmąjį kosminį greitį. Žinoma, kad mažiausias palydovų apskriejimo apie planetą periodas priklauso tik nuo planetos tankio. 2,5 g/cm^3 tankio planetoms jis yra truputį didesnis už 2 valandas. Kadangi keleivis užtrunka 24 valandas, judėdamas apie planetą, jo greitis sudaro apie 9% pirmojo kosminio greičio.

Antra, sunku nustatyti, kokiu greičiu normaliai gali judėti keliautojas planetoje, kurioje labai maža gravitacija. Ko gero, lengviausias judėjimo būdas yra dideli šuoliai. Tikriausiai jei intervalai tarp šuolių būtų ganėtinai dideli, tai žmogus galėtų nepavargdamas judėti didesniu nei Žemėje greičiu. Žemėje pėsčiojo vidutinis greitis 5 km/h. $R = vt/2\pi \approx 19$ km. Masę galima rasti, jei žinomas spindulys ir tankis: $M = 4/3 \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \rho \approx 7 \cdot 10^{16}$ kg. Taigi atsakymas būtų toks: spindulys apie 20 km, masė apie 10^{17} kg.

Ats. planetos masė $\approx 10^{17}$ kg, spindulys ≈ 20 km.

17.1.7 pavyzdys. Moksleivis rašo: „Pusę šešių ryto aš išėjau iš trobos ir stabtelėjau ant keliuko, kol akys pripras prie tamsos. Kaimelis skendėjo žiemos miege. Aukštai danguje kaip medžioklinis peilis žėrėjo jaunas Mėnulis, rodydamas į tolimiausius Paukščių Tako žvaigždynus. Zenite į Žemę vis lėkė meteoritai, atrodė, lyg iš ten skrieja kulkos“. Raskime astronomines klaidas ir netikslumus.

Sprendimas

Teksto autorius padarė keletą astronominių klaidų: 1) anksti rytą nebūna jauno Mėnulio, tuo metu jis būna tik „senas“; 2) „aukštai danguje ...“ aprašytuoju momentu jaunas Mėnulis aukštai būti negali, nes žiemą Saulė yra arti horizonto, Mėnulis juda beveik ekliptikos plokštuma ir jaunas Mėnulis visada būna arti Saulės; 3) meteoritai negalėjo lėkti, lėkė meteorai; 4) žvaigždynai negali būti tolimi; 5) iš zenito labai retai krinta meteorai.

17.1.8 pavyzdys. Esant dabartinei Mėnulio padėčiai, vandenynuose potvyniai keičia atoslūgius maždaug kas 6 valandos. Kas būtų, jeigu Mėnulis būtų du kartus toliau nuo Žemės?

Sprendimas

Potvynio jėga proporcinga Mėnulio traukos jėgų, veikiančių artimiausią Žemės tašką ir tolimiausią jos tašką, skirtumui. Iš III Keplerio dėsnio žinome, kad $T_1^2 a_2^3 = T_2^2 a_1^3$. Taigi ir jėga bus atvirkščiai proporcinga atstumo nuo Žemės iki Mėnulio kubui. Todėl Mėnuliui nutolus nuo Žemės dvigubai, traukos jėga sumažės 8 kartus.

17.1.9 pavyzdys. Kur šiandien diena lygi nakčiai?

Ats. Šiandien ir visada ekvatoriuje diena lygi nakčiai. Bet jeigu šiandien yra pavasario ar rudens lygiadienis, tai diena lygi nakčiai visur, išskyrus ašigalius.

17.1.10 pavyzdys. Vesta skrieja aplink Saulę orbita, kurios didysis pusašis $a_v = 2{,}36$ av. Raskime šio asteroido apskriejimo aplink Saulę periodą.

Duota: $T_{ž} = 1$ metai – Žemės apskriejimo aplink Saulę periodas; $a_{ž} = 1$ av – atstumas tarp Žemės ir Saulės centrų.

Rasti: Vestos apskriejimo aplink Saulę periodą T_v.

Sprendimas

Taikome trečiąjį Keplerio dėsnį $(a_v/a_{ž})^3 = (T_v/T_{ž})^2$. Iš jo $T_v = T_{ž}(a_v/a_{ž})^{3/2}$.

Atlikę skaičiavimus gauname $T_v = 3{,}63$ metų.

Ats. 3,63 metų.

17.1.11 pavyzdys. Per 84 Žemės metus Uranas kartą apskrieja aplink Saulę. Kiek kartų jo atstumas nuo Saulės yra didesnis negu Žemės?

Duota: $T_1 = 84$ m. – Urano apskriejimo aplink Saulę periodas; $T_2 = 1$ m. – Žemės apskriejimo aplink Saulę periodas; $a_2 = 1$ av – atstumas tarp Žemės ir Saulės centrų.

Rasti: atstumą tarp Urano ir Saulės centrų a_1.

Sprendimas

Taikome trečiąjį Keplerio dėsnį $(a_1/a_2)^3 = (T_1/T_2)^2$.

Atlikę skaičiavimus gauname $a_1 = 19$ av.

Ats. $a_1 = 19$ av.

17.1.12 pavyzdys. Įsivaizduokime, kad ketiname nusileisti ant asteroido, kurio tankis $\rho = 3{,}5$ g/cm^3. Kokio skersmens turėtų būti asteroidas, kad galėtumėte juo bėgti 10 m/s greičiu, nebijodami „nukristi" į kosmosą?

Duota: $\rho = 3{,}5$ g/cm^3 – asteroido tankis; $v = 10$ m/s – bėgimo greitis; $G = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2} – gravitacijos konstanta.

Rasti: asteroido skersmenį $2R$.

Sprendimas

„Nukristi" į kosmosą galima tuo atveju, jeigu bėgimo greitis bus didesnis už antrąjį kosminį greitį tam asteroidui, t. y. turi būti $v \leqslant (GM/R)^{1/2}$. Asteroido masė $M = \rho \cdot 4\pi R^3/3$. Įrašę masės išraišką, gauname $v \leqslant R(4\pi G\rho/3)^{1/2}$ arba $R \geqslant v[3/(4\pi G\rho)]^{1/2}$. Atlikę skaičiavimus gauname $R \approx 10$ km.

Ats. Galima bėgioti asteroidu, kurio skersmuo didesnis kaip 20 km.

17.1.13 pavyzdys. Kokiame aukštyje virš Žemės skrenda palydovai geostacionariąja orbita (palydovas dangaus sferoje atrodo beveik nejudantis)?

Duota: $T_p = 23$ h 56 min = 23,93 h – geostacionariojo palydovo apskriejimo periodas; $T_M = 27{,}32$ p. = 655,68 h – Mėnulio apskriejimo periodas; $a_M = 384\,400$ km – atstumas tarp Mėnulio ir Žemės centrų; $R_{Ž} = 6370$ km – Žemės spindulys.

Rasti: palydovo aukštį h.

Sprendimas

Taikome trečiąjį Keplerio dėsnį $(a_p/a_M)^3 = (T_p/T_M)^2$. Atlikę skaičiavimus gauname $a_p \approx 42\,290$ km. Palydovo aukštis virš Žemės paviršiaus $h = a_p - R_{Ž}$. Atlikę skaičiavimus gauname $h = 35\,920$ km.

Ats. 35 920 km aukštyje.

17.1.14 pavyzdys. 2040 metais Marse uždarose patalpose numatoma pravesti olimpines žaidynes. Numatomos šios rungtys – kulkinis šaudymas, šuoliai į tolį, štangos kėlimas, rutulio stūmimas, trumpų distancijų bėgimas ir ieties metimas. Kurių rungčių pasaulio rekordai, pasiekti Žemėje, galėtų būti sumušti Marse?

Duota: $g_M = 3{,}69$ m/s^2 – laisvojo kritimo pagreitis Marse.

Rasti: olimpinius rekordus Marse.

Sprendimas

Marse laisvojo kritimo pagreitis 2,6 karto mažesnis, negu Žemėje. Šis faktas nepakeis kulkinio šaudymo rekordų, bet galima bus pagerinti pasaulio rekordus šuolyje į tolį, štangos kėlime, rutulio stūmime ir ieties metime. Pagerinti pasaulio rekordą trumpų distancijų bėgime problemiška, nes mažėjant sunkio jėgai, mažėja ir trinties jėga, kurios dėka sportininkas kiekvieną žingsnį didina judėjimo greitį.

Ats. Šuolio į tolį, štangos kėlimo, rutulio stūmimo ir ieties metimo rekordai.

17.2. Užduotys

17.2.1. Kodėl Mėnulio paviršiuje dienos ir nakties temperatūra skiriasi pora šimtų laipsnių, o Žemėje – keliais laipsniais?

17.2.2. Ar diena keis naktį Žemėje, jeigu ji nustos suktis apie savo ašį?

17.2.3. Jūs keliaujate asteroidų žiedu, kurio vidutinis tankis 3,5 g/cm^3. Kokio dydžio turėtų būti asteroidas, kad galėtumėte juo bėgioti, vaikščioti, nesibaimindami „nukristi" į kosmosą?

17.2.4. Kiek kartų per metus stebėtojas, esantis Žemės pusiaujyje, matys Mėnulį zenite?

17.2.5. Ištyrę kosminių aparatų duomenis, astronomai nustatė, kad Saulės sistemos vienos planetos palydove yra veikiantys ugnikalniai, o kito palydovo paviršius padengtas storu ledo sluoksniu su tamsių uolienų priemaišomis. Kaip vadinasi ši planeta ir jos palydovai?

17.2.6. „Nusileidus Saulei, greitai ėmė temti. Tamsiame danguje dar neįsižiebė pirmosios žvaigždės, o rytuose jau žėrėjo Venera". Ar viskas teisinga šiame aprašyme?

17.2.7. J. Kepleris knygoje „Mėnulio astronomija" rašė: „Levanija (Mėnulis) sudaryta iš dviejų pusrutulių: vienas atsuktas į Žemę, kitas – į priešingą pusę. Iš pirmojo pusrutulio visada matoma Žemė, iš antrojo Žemės pamatyti neįmanoma... Levanijoje, kaip ir pas mus, diena keičia naktį... Atrodo, kad Žemė nejuda". Ar teisingi J. Keplerio pateikti duomenys apie Mėnulį? Kokia paros trukmė Mėnulyje?

17.2.8. Kokiuose horizonto taškuose Saulė teka per pavasario lygiadienį, vasaros saulėgrįžą, rudens lygiadienį, žiemos saulėgrįžą?

17.2.9. Kokia Mėnulio paros trukmė? Ar Mėnulyje matyti Žemės fazės?

17.2.10. 1987 m. vasario 23 d. astronomai stebėjo Didžiajame Magelano Debesyje, nutolusiame nuo mūsų 55 kpc, supernovos sprogimą. Maždaug kuriais metais sprogo supernova?

17.2.11. Kas yra kalendorius? Kokie kalendoriai gali būti?

17.2.12. Ką vadiname diena? Nuo ko priklauso jos trukmė?

17.2.13. Kas yra asteroidų juosta?

17.2.14. Kokia galaktika Lietuvoje matoma plika akimi? Kuo ji ypatinga?

17.2.15. Kaip pasikeis Mėnulio vaizdas, jeigu uždengsime pusę teleskopo objektyvo?

17.2.16. Kurią metų dieną žvaigždinis ir saulinis laikai sutampa?

17.2.17. Kodėl Saturno palydovas Titanas turi atmosferą, o Merkurijus – ne?

17.2.18. Kokiame nuotolyje nuo Žemės centro dirbtinio Žemės palydovo apskritiminės orbitos periodas lygus Žemės apsisukimo apie ašį žvaigždiniam periodui? Kaip judės toks palydovas Žemės stebėtojo atžvilgiu?

17.2.19. Kas yra Zodiako šviesa? Kuriuo paros metu, kurioje Žemės vietoje geriausia ją stebėti?

17.2.20. Saulė yra už 2/3 Galaktikos spindulio nuo Galaktikos centro. Koks Saulės nuotolis šviesmečiais nuo Galaktikos disko krašto?

17.2.21. Saulės protuberantas kyla aukštyn 500 km/s greičiu. Ar išlėks ją sudaranti medžiaga į tarpplanetinę erdvę? Kodėl?

17.2.22. Paaiškinkite, kodėl nuo vidurnakčio iki aušros matosi daugiau meteorų, negu nuo vakaro iki vidurnakčio.

17.2.23. Kada prasideda metų laikai astronomo požiūriu?

17.2.24. Kuriame Žemės pusrutulyje vasara šiltesnė?

17.2.25. Didžiausių žvaigždžių – raudonųjų supermilžinių – skersmuo 1000 kartų didesnis už Saulės skersmenį. Kurios planetos orbitą siektų tokios žvaigždės paviršius, jeigu ji atsidurtų Saulės vietoje?

17.2.26. Kada kosmonautas Mėnulyje stebi Saulės užtemimą? Ką tuo metu mato Žemėje esantis stebėtojas?

17.2.27. Kiek kartų mažiau Saulės energijos krinta į tą patį didžiųjų planetų plotą negu į Žemę, kai jų visų nuotolis iki Saulės yra vidutinis?

17.2.28. Merkurijaus metai trunka 88 Žemės paras, o jo apsisukimo apie ašį periodas 58,7 paros. Kokia Merkurijaus paros trukmė?

17.2.29. Kas sudaro Žemės atmosferą?

17.2.30. Kodėl arčiau Paukščių Tako matyti daugiau žvaigždžių, o tolimųjų galaktikų mažiau?

17.2.31. Kokių žvaigždynų pavadinimai susiję su fizika?

17.2.32. Išvardykite 14 ryškiausių dangaus objektų.

17.2.33. Kokius objektus matytume naktį Marso danguje?

17.2.34. Kodėl būna metų laikai Žemėje ir kitose planetose?

17.2.35. Ar vienodos trukmės naktys Urane? Paaiškinkite, kodėl.

18. Kompleksiniai uždaviniai

18.1. Atliekamas laboratorinis darbas, kurio metu, naudojant rutuliuką su loveliu, nustatomas tolygiai greitėjančio kūno pagreitis.

18.1.1. Kaip apskaičiuojamas tolygiai greitėjančio kūno pagreitis? Užrašykite formulę, įvardykite į ją įeinančius dydžius, jų matavimo vienetus SI.

18.1.2. Lentelėje pateikti bandymų rezultatai, gauti nustačius tolygiai greitėjančio kūno pagreitį. Remdamiesi lentelės duomenimis, nubrėžkite poslinkio priklausomybės nuo laiko grafiką. Iš jo raskite vidutinę tolygiai greitėjančio kūno pagreičio vertę.

Bandymo Nr.	Poslinkis s, m	Laikas t, s
1	1,00	10
2	0,95	9
3	0,80	8

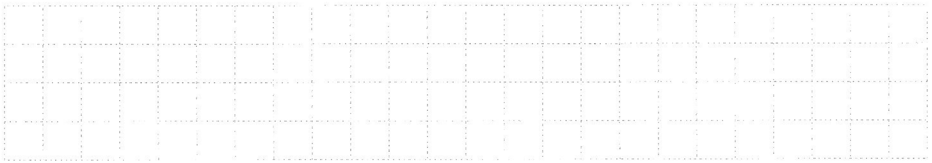


18.1.3. Nuo ko priklauso tolygiai greitėjančio kūno pagreitis?

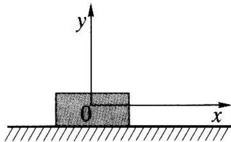
18.1.4. Kaip keistųsi bandymo rezultatai, keičiant lovelio pasvirimo kampą? Atsakymą pagrįskite.

18.2. Atliekamas laboratorinis darbas, kurio metu randamas slydimo trinties koeficientas tašeliui slystant medine liniuote.

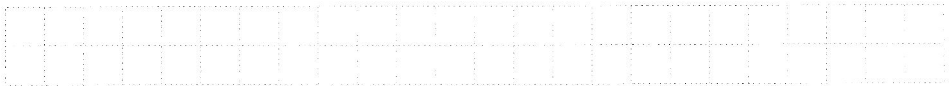
18.2.1. Kaip apskaičiuojamas slydimo trinties koeficientas? Užrašykite formulę, įvardykite į ją įeinančius dydžius, jų matavimo vienetus SI.



18.2.2. Brėžinyje pavaizduokite jėgas, veikiančias tolygiai judantį tašelį.



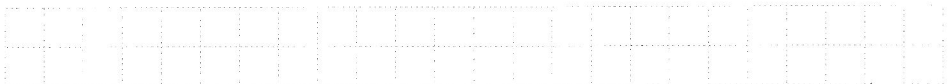
18.2.3. Lentelėje pateikti bandymų rezultatai, gauti nustatant slydimo trinties koeficientą. Remdamiesi šiais rezultatais, nubrėžkite trinties jėgos priklausomybės nuo slėgimo jėgos grafiką. Iš jo raskite vidutinę trinties koeficiento vertę.



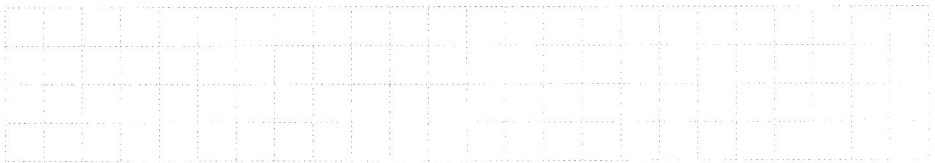
Bandymo Nr.	Jėga P, N	Jėga F_{tr}, N
1	10	2,6
2	15	3,8
3	20	5



18.2.4. Nuo ko priklauso slydimo trinties koeficientas?

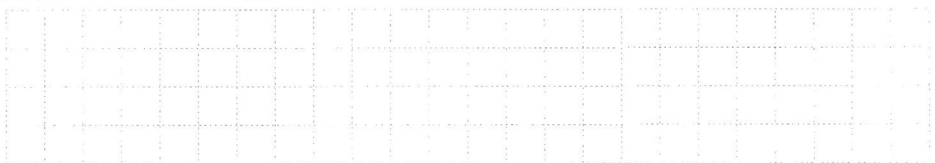


18.2.5. Kaip pasikeistų bandymo rezultatai, tašeliui slystant plastmasine liniuote? Atsakymą pagrįskite.



18.3. Bandymo metu tiriamos sverto pusiausvyros sąlygos.

18.3.1. Kaip apskaičiuojami jėgų momentai? Užrašykite jėgos momento formulę, įvardykite į ją įeinančius dydžius, jų matavimo vienetus SI.



18.3.2. Brėžinyje pavaizduokite svertą veikiančias jėgas ir pečius.

18.3.3. Naudodamiesi lentelėje pateiktais bandymų rezultatais, palyginkite jėgos momentų santykį. Pateikite išvadas ir jas paaiškinkite.

Bandymo Nr.	Petys l_1 (m)	Petys l_2 (m)	Jėga P (N)	Jėga F (N)	$M_1 = Pl_1$ (Nm)	$M_2 = Pl_2$ (Nm)
1	0,5	0,5	1	1,1	0,5	0,55
2	0,2	0,8	2	0,5	0,4	0,4
3	0,4	0,6	4	2,6	1,6	1,56

18.3.4. Nuo ko priklauso momentų taisyklės eksperimentinio patikrinimo rezultatai? Atsakymą pagrįskite.

18.3.5. Kaip pasikeistų rezultatai, jeigu bandymas būtų atliekamas vandenyje?

18.4. Suspausta spyruoklė, kurios standumas 10 kN/m, veikia pakabintą kūną 400 N jėga.

18.4.1. Raskite spyruoklės potencinę energiją.

18.4.2. Raskite darbą, atliktą suspaudžiant spyruoklę.

18.4.3. Raskite spyruoklės tamprumo jėgos darbą, atliekamą išsitiesiant spyruoklei.

18.4.4. Kaip pasikeis šis darbas, kai spyruoklės standumas lygus 700 N/m?

18.5. Plaukikas 5 km/h greičiu plaukia 120 m pločio upe statmenai tėkmei. Upės tėkmės greitis 3,24 km/h.

18.5.1. Per kokį laiką plaukikas perplaukia upę?

18.5.2. Raskite plaukiko poslinkį kranto atžvilgiu.

18.5.3. Raskite plaukiko greitį kranto atžvilgiu.

18.5.4. Per kiek laiko jis perplauktų upę, plaukdamas trumpiausiu keliu?

18.6. Du skirtingų masių rutuliai traukia vienas kitą. Kaip pasikeis traukos jėga tarp dviejų rutulių, jeigu:

18.6.1. vieno rutulio masę padvigubinsime?

18.6.2. antrojo rutulio masę taip pat padvigubinsime?

18.6.3. atstumą tarp rutulių centrų padvigubinsime?

18.6.4. rutulius patalpinsime į vandenį, į vakuumą?

18.7. Iš spyruoklinio pistoleto, esančio 2 m aukštyje, vertikaliai aukštyn 5 m/s greičiu išlekia rutuliukas.

18.7.1. Kokį didžiausią aukštį pasiekia rutuliukas?

18.7.2. Kokiu greičiu jis nukrinta žemėn?

18.7.3. Kiek laiko rutuliukas skrieja?

18.7.4. Koks jo poslinkis per pirmąsias 0,2 s?

18.8. Betoninė 500 kg plokštė keliamuoju kranu tolygiai keliama.

18.8.1. Raskite plokštės sunkio jėgą ir jos svorį, plokštę keliant vertikaliai aukštyn.

18.8.2. Raskite plokštės sunkio jėgą ir jos svorį, plokštę keliant horizontaliai.

18.8.3. Raskite plokštės sunkio jėgą ir jos svorį, plokštę nuleidžiant vertikaliai žemyn.

18.8.4. Raskite plokštės sunkio jėgą ir jos svorį, plokštę keliant vertikaliai aukštyn kosmose.

18.9. Ant šachtos kabinos dugno yra 100 kg masės krovinys.

18.9.1. Raskite krovinio svorį, kai kabina kyla vertikaliai 0,3 m/s^2 pagreičiu.

18.9.2. Raskite krovinio svorį, kai kabina juda tolygiai.

18.9.3. Raskite krovinio svorį, kai kabina leidžiasi 0,4 m/s^2 pagreičiu.

18.9.4. Raskite krovinio svorį, kai kabina laisvai krinta.

18.10. Vairuotojas išjungė automobilio variklį, kai greitis buvo 72 km/h. Nuvažiavęs 34 m, automobilis sustojo. Ratų trinties į kelią jėga lygi 5880 N.

18.10.1. Raskite automobilio kinetinę energiją variklio išjungimo metu.

18.10.2. Raskite automobilio masę.

18.10.3. Kuris dydis lemia judančio automobilio stabdymo kelią?

18.10.4. Kaip pasikeistų stabdymo jėga, palijus lietui? Atsakymą pagrįskite.

18.11. Dirbant šiluminei mašinai, per tam tikrą laiką darbinis kūnas iš šildytuvo gavo 1,5 MJ šilumos. Aušintuvui per tą patį laiką atiduota – 1,2 MJ šilumos.

18.11.1. Raskite šiluminės mašinos atliktą darbą.

18.11.2. Apskaičiuokite šiluminės mašinos naudingumo koeficientą.

18.11.3. Raskite maksimalų naudingumo koeficientą, kai šildytuvo temperatūra 250°C, o aušintuvo 30°C.

18.11.4. Palyginkite šiluminės mašinos ir maksimalų naudingumo koeficientus. Pateikite išvadą.

18.12. 2 kg ledo laikoma –10°C temperatūroje. Ledo savitoji šiluma 2100 J/(kg·°C), vandens 4200 J/(kg·°C), ledo lydymosi temperatūra 0°C, vandens virimo temperatūra 100°C, ledo savitoji lydymosi šiluma $3{,}5 \cdot 10^5$ J/kg, vandens garavimo šiluma $2{,}3 \cdot 10^6$ J/kg.

18.12.1. Apskaičiuokite šilumos kiekį, kurio reikia ledui ištirpinti.

18.12.2. Apskaičiuokite šilumos kiekį, kurio reikia vandeniui, gautam iš ledo, užvirinti.

18.12.3. Raskite šilumos kiekį, kurio reikia pusei šio vandens išgarinti.

18.12.4. Kiek šilumos sunaudota šiame procese?

18.13. Arbatai užplikyti turime du arbatinius. Į juos telpa po 500 g vandens. Varinis arbatinis sveria 200 g, porcelianinis – 300 g. Vario savitoji šiluma 400 J/kg°C, porceliano – 1100 J/kg°C. Į šilumos nuostolius galima neatsižvelgti. Arbata būna skanesnė, kuri užplikoma aukštesnės temperatūros vandeniu. Verdantį vandenį, kurio pradinė temperatūra buvo 20°C, įpylėme į abu arbatinius.

18.13.1. Kokia užplikytos arbatos temperatūra bus variniame arbatinyje?

18.13.2. Kokia užplikytos arbatos temperatūra bus porcelianiniame arbatinyje?

18.13.3. Kuriame arbatinyje užplikysime skanesnę arbatą?

18.13.4. Kam reikia arbatinius teliūskuoti su trupučiu verdančio vandens, prieš supilant visą verdantį vandenį į juos?

18.13.5. Kuriame arbatinyje arbata atvės lėčiau?

18.14. Metalo ir medžio gabaliukų temperatūra vienoda.

18.14.1. Kodėl, liečiant šaltą metalą, jis atrodo šaltesnis už medį? Atsakymą pagrįskite.

18.14.2. Kodėl, liečiant karštą metalą, jis atrodo šiltesnis už medį? Atsakymą pagrįskite.

18.14.3. Kokioje temperatūroje liečiant metalą ir medį, jie atrodys vienodai įšilę?

18.14.4. Kas bus, jeigu rutulius liesime vakuume?

18.15. Sumaišoma 2 kg vandens, kurio temperatūra 50°C, ir 2 kg ledo, kurio temperatūra −40°C. Ledo savitoji šiluma 2100 J/kg°C, o vandens – 4200 J/kg°C.

18.15.1. Kokio šilumos kiekio reikėtų visam vandeniui užšaldyti?

18.15.2. Kokio šilumos kiekio reikėtų visam ledui ištirpdyti?

18.15.3. Raskite mišinio temperatūrą.

18.15.4. Kaip pasikeistų mišinio temperatūra, įpylus 100 g verdančio vandens?

18.16. Laidi sfera, kurios spindulys 20 cm, įelektrinta iki 300 kV potencialo. Sfera yra dielektrike, kurio dielektrinė skvarba $\varepsilon = 27$.

18.16.1. Apskaičiuokite sferos krūvį.

18.16.2. Raskite elektrinio lauko stiprumo modulį sferos paviršiuje.

18.16.3. Raskite elektrinio lauko stiprumo modulį taške, 10 m nutolusiame nuo sferos centro.

18.16.4. Raskite elektrinio lauko stiprumą sferos viduje.

18.16.5. Raskite potencialą sferos centre.

18.17. Per tam tikrą laiką elektrinė viryklė, įjungta į nuolatinės įtampos tinklą, išskyrė šilumos kiekį Q.

18.17.1. Kokį šilumos kiekį per tą patį laiką išskirs dvi tokios viryklės, į tinklą įjungtos nuosekliai? Atsakymą pagrįskite.

18.17.2. Kokį šilumos kiekį per tą patį laiką išskirs dvi tokios viryklės, į tinklą įjungtos lygiagrečiai? Atsakymą pagrįskite.

18.17.3. Kokį šilumos kiekį per tą patį laiką išskirtų viryklės, jeigu prie dviejų lygiagrečiai sujungtų viryklių nuosekliai prijungtume tokią pat trečią?

18.17.4. Užrašykite šilumos kiekio Q formulę, įvardykite į ją įeinančius dydžius, jų matavimo vienetus SI.

18.18. Akumuliatorius, kurio ev (elektrovara) yra 6 V, vidinė varža 0,1 Ω, maitina išorinę grandinę, kurios varža 12,4 Ω.

18.18.1. Koks šilumos kiekis per 10 min. išsiskiria vidinėje grandinėje?

18.18.2. Koks šilumos kiekis per tą patį laiką išsiskiria išorinėje grandinėje?

18.18.3. Raskite visoje grandinėje per 10 min. išsiskyrusį šilumos kiekį.

18.18.4. Koks šilumos kiekis išsiskirs, dvigubai padidėjus išorinei varžai?

18.19. Laidi sfera, kurios spindulys 5 cm, panardinta į elektrolitinę vonią, kurioje yra vario sulfato tirpalo. Per 30 min. varis padengia sferą. Per 1 s į kiekvieną sferos paviršiaus kvadratinį centimetrą patenka 0,01 C krūvis. Vario molio masė $M = 0{,}0635$ kg/mol.

18.19.1. Apskaičiuokite per 30 min. jonų perneštą krūvį.

18.19.2. Kiek padidėja sferos masė?

18.19.3. Nuo ko priklauso ant elektrodo nusėdusios medžiagos masė?

18.19.4. Kodėl tekant srovei elektrolito tirpalu, medžiaga pernešama, o tekant metaliniu laidininku – nepernešama?

18.19.5. Kaip, žinant elektrolizės dėsnį, galima nustatyti elementarųjį elektros krūvį?

18.20. Voltmetras, prijungtas prie galvaninio elemento gnybtų, rodė 1,2 V, kai tekėjo 4,4 A srovė, ir 1 V, kai tekėjo 0,8 A srovė.

18.20.1. Apskaičiuokite galvaninio elemento ev.

18.20.2. Apskaičiuokite galvaninio elemento vidinę varžą.

18.20.3. Kokią didžiausią srovę galima gauti?

18.20.4. Kas yra trumpasis jungimas?

18.20.5. Apskaičiuokite trumpojo jungimo srovę, kai galvaninio elemento ev yra du kartus didesnė.

18.21. Du laidininkai, kurių varžos yra 2 Ω ir 4 Ω, sujungti nuosekliai, paskui – lygiagrečiai.

18.21.1. Kuriame laidininke išsiskiria daugiau šilumos, kai jie sujungti nuosekliai? Atsakymą pagrįskite.

18.21.2. Kuriame laidininke išsiskiria daugiau šilumos, kai jie sujungti lygiagrečiai? Atsakymą pagrįskite.

18.21.3. Kuriame laidininke išsiskirtų daugiau šilumos, prie dviejų lygiagrečiai sujungtų laidininkų nuosekliai prijungus 8 Ω varžos laidininką?

18.21.4. Kai laidininku teka srovė, išsiskyręs šilumos kiekis skaičiuojamas naudojantis formulėmis $Q = I^2Rt$ ir $Q = U^2t/R$. Kada kurią formulę patogiau naudoti? Atsakymą pagrįskite.

18.22. Viena rite teka 3 A, kita – 1,5 A stiprio srovė.

18.22.1. Kurios ritės viduje stipresnis magnetinis laukas? Kodėl?

18.22.2. Nuo ko priklauso magnetinio lauko linijų kryptis? Atsakymą pagrįskite.

18.22.3. Ritė, kuria teka srovė, virsta magnetu. Kokia ritės magnetinių linijų kryptis?

18.22.4. Ką nusako kairiosios rankos taisyklė?

18.23. Laboratorinio darbo metu surenkamas ir išbandomas elektromagnetas.

18.23.1. Kas yra elektromagnetas? Kur jis naudojamas?

18.23.2. Ar galima kompasu nustatyti elektromagneto polius? Atsakymą pagrįskite.

18.23.3. Ar pasikeis elektromagneto poliai, pakeitus srovės kryptį jame? Atsakymą pagrįskite.

18.23.4. Ar galima iš neizoliuotos vielos pagaminti elektromagneto ritę? Atsakymą pagrįskite.

18.24. Žemė yra milžiniškas magnetas, turintis du polius.

18.24.1. Kur yra Žemės magnetinio lauko šiaurinis, kur pietinis polius?

18.24.2. Ar teisingai rodytų pasaulio šalis kompasas automobilio salone? Kodėl?

18.24.3. Kodėl kompasus netinka naudoti arti Žemės magnetinių polių?

18.24.4. Kas yra magnetinės anomalijos? Ką žinote apie jas?

18.24.5. Kurioje Žemės rutulio vietoje abu kompaso rodyklės galai rodo į Šiaurę?

18.25. Ritę, kurios varža 8,2 Ω ir induktyvumas 25 mH, veikia pastovi 55 V nuolatinė įtampa.

18.25.1. Kiek energijos išsiskirs nutraukus ritės grandinę?

18.25.2. Kokia vidutinė saviindukcijos ev joje indukuosis, jeigu energija išsiskirs per 12 ms?

18.25.3. Kas yra saviindukcijos reiškinys?

18.25.4. Kodėl didžiausios saviindukcinės ev ir srovės būna grandinės įjungimo ir išjungimo momentais? Atsakymą pagrįskite.

18.26. Mūsų namuose buitinio elektros tinklo efektinė įtampa lygi 220 V.

18.26.1. Kokia būna didžiausia ir mažiausia įtampos vertė?

18.26.2. Kodėl nemirkčioja elektros lemputės, nors įtampa kinta?

18.26.3. Ką rodo elektriniai matavimo prietaisai, įjungti į kintamosios srovės grandinę?

18.26.4. Ką rodo elektriniai matavimo prietaisai, įjungti į nuolatinės srovės grandinę?

18.27. 35 mH induktyvumo ritė ir 250 μF talpos kondensatorius įjungti į kintamos srovės grandinę.

18.27.1. Kokia yra ritės induktyvioji varža, kai srovės dažnis 60, 240 Hz?

18.27.2. Kokia yra kondensatoriaus talpinė varža, kai srovės dažnis 50, 200 Hz?

18.27.3. Kokia grandinės reaktyvioji varža, kai srovės dažnis 50 Hz?

18.27.4. Kas yra aktyvioji varža?

18.28. Transformatorius žemina įtampą nuo 127 iki 6,3 V. Antrinėje apvijoje yra 600 vijų, pirmine apvija teka 0,5 A srovė.

18.28.1. Kiek vijų yra pirminėje apvijoje?

18.28.2. Kam lygus transformacijos koeficientas?

18.28.3. Kada transformatorius veikia tuščiąja eiga?

18.28.4. Kokia srovė teka antrine apvija?

18.28.5. Ar gali pirminės ir antrinės apvijos srovės būti vienodos? Atsakymą pagrįskite.

18.29. 10 g masės materialiojo taško svyravimas aprašomas lygtimi $x = 0{,}05\sin(0{,}6t + 0{,}8)$.

18.29.1. Raskite svyravimo amplitudę.

18.29.2. Raskite svyravimo pradinę fazę.

18.29.3. Koks materialiojo taško svyravimo periodas?

18.29.4. Raskite didžiausią materialųjį tašką veikiančią jėgą.

18.29.5. Raskite materialiojo taško svyravimo energiją.

18.30. Harmoninio svyravimo amplitudė lygi 10 cm, periodas 10 s.

18.30.1. Parašykite to svyravimo lygtį.

18.30.2. Raskite svyruojančio kūno poslinkį praslinkus 12 s nuo svyravimo pradžios.

18.30.3. Koks svyruojančio kūno greitis po 12 s?

18.30.4. Raskite svyruojančio kūno pagreitį po 12 s.

18.31. Harmoninio svyravimo amplitudė lygi 5 cm, periodas 4 s, pradinė fazė $\pi/4$ rad.

18.31.1. Parašykite to svyravimo lygtį.

18.31.2. Nubraižykite poslinkio priklausomybės nuo laiko grafiką.

s

0 t

18.31.3. Nubraižykite greičio priklausomybės nuo laiko grafiką.

v

0 t

18.31.4. Nubraižykite pagreičio priklausomybės nuo laiko grafiką.

a

0 t

18.32. Svyruoklę sudaro sunkus 100 g masės rutuliukas, kabantis ant 50 cm ilgio siūlo.

18.32.1. Kokiu periodu svyruoja svyruoklė?

18.32.2. Raskite svyravimo dažnį.

18.32.3. Kiek svyruoklė turi energijos, siūlui nukrypus 15° kampu nuo pusiausvyros padėties?

18.32.4. Kaip pasikeis svyruoklės energija, siūlui nukrypus dvigubai mažesniu kampu?

18.33. Kintamosios elektros srovės ev lygtis yra $E = 100 \sin 20\pi t$.

18.33.1. Apskaičiuokite didžiausią ev vertę.

18.33.2. Raskite efektinę ev vertę.

18.33.3. Kokia ev vertė, kai virpesių fazė lygi $\pi/6$?

18.33.4. Kam lygus kintamosios elektros srovės kitimo dažnis ir periodas?

18.34. Šviesos spindulys 36° kampu krinta į kvarco prizmę. Prizmės laužiamasis kampas $\varphi = 40°$. Šviesos lūžio kvarce rodiklis 1,54.

18.34.1. Apskaičiuokite išeinančio iš prizmės spindulio lūžio kampą.

18.34.2. Apskaičiuokite išeinančio iš prizmės spindulio nukrypio kampą.

18.34.3. Koks yra minimalus nuokrypio kampas?

18.34.4. Kur naudojamos kvarco prizmės?

18.35. Glaudžiamuoju lęšiu gaunamas tikras 2 kartus padidintas daikto atvaizdas. Atstumas nuo lęšio iki atvaizdo lygus 24 cm.

18.35.1. Koks šio lęšio židinio nuotolis?

18.35.2. Raskite lęšio laužiamąją gebą.

18.35.3. Nubraižykite, kaip susidaro atvaizdas.

18.35.4. Nuo ko priklauso lęšio laužiamoji geba?

18.36. Žmogus stovi 5 m atstumu nuo plokščiojo veidrodžio.

18.36.1. Kokiu atstumu nuo savęs jis mato savo atvaizdą?

18.36.2. Koks tas atvaizdas?

18.36.3. Kaip pasikeis atstumas, veidrodį pastačius 2 m toliau?

18.36.4. Kokio mažiausio aukščio turi būti veidrodis, kad žmogus save matytų visu ūgiu?

18.37. Regimosios raudonos šviesos bangos ilgis yra 0,7 μm, o rentgeno spindulių – 2,5 nm.

18.37.1. Apskaičiuokite raudonos šviesos fotono masę.

18.37.2. Apskaičiuokite rentgeno spindulių fotono masę.

18.37.3. Koks yra raudonos šviesos fotono impulsas?

18.37.4. Koks yra rentgeno spindulių fotono impulsas?

18.37.5. Palyginkite spindulių impulsus.

18.38. Turime 100 g radioaktyvios medžiagos, kurios skilimo pusamžis 2 paros.

18.38.1. Kiek medžiagos liks po vienos, dviejų, trijų, keturių parų?

18.38.2. Nubraižykite šios medžiagos masės ir skilimo laiko priklausomybės grafiką.



18.38.3. Po kelių parų svarstyklės, kurių jautrumas 5 g ir 0,01 g, visai neparodys, kad radioaktyvios medžiagos dar yra?

18.38.4. Koks dėsnis nusako radioaktyvaus elemento aktyvumo mažėjimą laikui bėgant? Užrašykite formulę, įvardykite į ją įeinančius dydžius, jų matavimo vienetus SI.

18.39. Dirvoje esantys radioaktyvūs izotopai sudaro jos radioaktyvų foną.

18.39.1. Kada tas fonas stipresnis, kai dirva šlapia ar kai sausa?

18.39.2. Kokius spindulius registruoja Geigerio skaitiklis?

18.39.3. Ar galima šį skaitiklį pritaikyti dirvos drėgnumui matuoti?

18.39.4. Ar bendras radioaktyvusis fonas netrukdys matuoti dirvos radioaktyvųjį foną?

18.40. Ličioo atome elektronui peršokant iš vienos orbitos į kitą, atomo energija sumažėja 1,892 eV ir išspinduliuojamas fotonas. Planko konstanta $6{,}6\cdot10^{-34}$ J·s.

18.40.1. Apskaičiuokite atomo spinduliavimo dažnį.

18.40.2. Apskaičiuokite bangos ilgį.

18.40.3. Kokiai spektro daliai priskiriamas šis spinduliavimas?

18.40.4. Apskaičiuokite išspinduliuoto fotono masę.

18.41. Žmogus, dirbdamas su radioaktyviomis medžiagomis, turi būti už apsauginės sienelės. Darbui naudojamas mechaninis manipuliatorius, pakeičiantis žmogaus rankas.

18.41.1. Kodėl reikia imtis tokių atsargumo priemonių?

18.41.2. Iš kokių medžiagų gali būti padaryta apsauginė sienelė?

18.41.3. Kokius įrenginius naudodamas darbuotojas, dirbdamas su manipuliatoriumi, gali matyti radioaktyvią medžiagą, nepakenkdamas sau?

18.41.4. Kur gali būti naudojamos radioaktyvios medžiagos?

18.42. Saulė – artimiausia žvaigždė. Joje aptikta virš 70 įvairių elementų, daugiausia lengvųjų: vandenilio (70% Saulės masės), helio (28% Saulės masės) ir kitų. Saulės energijos šaltinis yra jos gelmėse vykstančios termobranduolinės reakcijos.

18.42.1. Parašykite šios termobranduolinės reakcijos lygtį.

18.42.2. Kokia reakcija vadinama termobranduoline? Kokiomis sąlygomis ji vyksta? Kas išsiskiria reakcijos metu?

18.42.3. Kokia temperatūra yra Saulės gelmėse?

18.42.4. Apskaičiuokite helio branduolio ryšio energiją. Žinome, kad $m_p = 1{,}6724 \cdot 10^{-27}$ kg, $m_n = 1{,}6748 \cdot 10^{-27}$ kg, $m_b = 6{,}6446 \cdot 10^{-27}$ kg.

18.42.5. Koks energijos kiekis išsiskiria, susidarius 1 g helio?

18.43. Halio kometa yra šviesiausia iš žinomų periodinių kometų, praskriejančių kas 76 metai.

18.43.1. Kodėl kometos uodega visada nukrypsta į priešingą Saulei pusę?

18.43.2. Kodėl uodegos ilgis nebūna visą laiką pastovus?

18.43.3. Kodėl kometų negalima stebėti dieną?

18.43.4. Kas sudaro kometos uodegą?

18.43.5. Kokį reiškinį galima stebėti danguje po kometos pasirodymo?

ATSAKYMAI

IV. ELEKTROMAGNETIZMAS

7. Magnetinis laukas

7.3.1. $B = M_m/\pi r^2 IN = 2{,}0$ mT.
7.3.2. $I = US/4a\rho = 10$ A; $M_m = UBaS/4\rho = 41$ mNm.
7.3.3. $R = BSNU/M_m = 12\ \Omega$; $P = UM_m/BSN = 1{,}2$ kW.
7.3.4. $I = (2F - mg)/Bl = 5{,}0$ A; $F_A = 2F - mg = 30$ mN.
7.3.5. $B = gDS/I = 20$ mT.
7.3.6. $q = mgt/Bl = 2{,}4\cdot 10^3$ C; gulsčiai, statmenai laidininkui; $F_A = mg = 0{,}10$ N.
7.3.7. $F_A = \varepsilon Bl/(r + R) = 50$ mN; $U = \varepsilon R/(r + R) = 10$ V.
7.3.8. $F_A = IBl \sin\alpha = 0{,}24$ N; $A = IBls \sin\alpha = 0{,}29$ J.
7.3.9. $U = QBl/Ft = 12$ V; $R = QB^2l^2/F^2t = 0{,}24\ \Omega$.
7.3.10. $F_L = evB = 6{,}6\cdot 10^{-13}$ N; $r = m_e v/eB = 2{,}9$ mm; $T = 2\pi m_e/eB = 0{,}40$ ns.
7.3.11. $F_L = eB\sqrt{(2eU/m_e)} = 4{,}7\cdot 10^{-16}$ N; $R = \sqrt{2em_eU}/eB = 0{,}27$ m.
7.3.12. $r_\alpha/r_p = T_\alpha/T_p = m_\alpha q_p/m_p q_\alpha = 2$.
7.3.13. $B = 2\pi m_e f/e = 8{,}9$ mT.
7.3.14. $m_1 = eB^2r_1^2/2U = 36$ mav; $m_2 = eB^2r_2^2/2U = 40$ mav.
7.3.15. $r_1/r_2 = \sqrt{W_1/W_2} = 1{,}4$.

8. Elektromagnetinė indukcija

8.3.1. $\Phi = Bab\cos\alpha = 18$ mWb; $\varepsilon_i = Bab\cos\alpha/\Delta t = 0{,}12$ V.
8.3.2. $\varepsilon_i = (\Phi_1 - \Phi_2)/\Delta t = 5{,}0$ V; $I_i = (\Phi_1 - \Phi_2)/R\Delta t = 0{,}25$ A.
8.3.3. $B = \varepsilon_i\Delta t/S(\cos\alpha_1 - \cos(\alpha_1 + \Delta\alpha) = 1{,}0$ T.
8.3.4. $I_2 = \pi I_1/4 = 0{,}31$ A.
8.3.5. $q = BS/R = 0{,}50$ mC; $Q = B^2S^2/R\Delta t = 0{,}10$ mJ.
8.3.6. $I_i = \Delta BS/R\Delta t = 0{,}40$ A.
8.3.7. $q = NBS/R = 4{,}8$ mC.
8.3.8. $L = N\Delta\Phi/(I_2 - I_1) = 50$ mH; $\Delta W = N\Delta\Phi(I_1 + I_2)/2 = 1{,}2$ J.
8.3.9. $L = BSN/I = 0{,}16$ H; $\varepsilon_s = BSN/\Delta t = 30$ V.
8.3.10. $I_2 = I_1 - \varepsilon_s\Delta t/L = 0{,}3$ A; $\Delta W = \varepsilon_s\Delta t(I_1 - \varepsilon_s\Delta t/2L) = 0{,}54$ J.
8.3.11. $I = kL/R = 0{,}80$ A.
8.3.12. $q = LI_1/(R_1 + R_2) = 2{,}0$ mC.
8.3.13. $q = 2W/IR = 30$ C.
8.3.14. $W = LU^2/2R^2 = 36$ mJ; $\varepsilon_s = LU/R\Delta t = 24$ V.

V. SVYRAVIMAI IR BANGOS

9. Mechaniniai svyravimai ir bangos

9.5.1. $T = 1/f = 0{,}10$ s; $\omega = 2\pi f = 63$ rad/s; $N = ft = 600$.
9.5.2. x_m=0,06 m; $\omega = 10\pi$ rad/s; $f = \omega/2\pi = 5$ Hz; $T = 2\pi/\omega = 0{,}2$ s; $\varphi = \omega t = \pi$ rad.
$x = 0{,}06\sin 2\pi t/T = 0{,}06\sin\pi/3 = 0{,}05$ m.
9.5.3. $x_m = x/\cos\varphi = 2{,}0$ cm; $x_1 = x\cos\varphi_1/\cos\varphi = -1{,}4$ cm.
9.5.4. $v_m = \omega x_m = 2\pi f x_m = 15$ m/s; $a_m = \omega^2 x_m = 4\pi^2 f^2 x_m = 1{,}9\cdot 10^5$ m/s^2; $s = 4fx_m t = 4{,}8$ m.

9.5.5. $f_2/f_1 = 1/\sqrt{2} = 0{,}71$ (sumažės).

9.5.6. $\Delta x = g/4\pi^2 f^2 = 1{,}6$ cm.

9.5.7. $f = 1/\pi \cdot \sqrt{g/\Delta x} = 2{,}5$ Hz.

9.5.8. $T_{Al}/T_{Cu} = \sqrt{\rho_{Al}/\rho_{Cu}} = 0{,}55$ (sumažėjo).

9.5.9. $F = -m\omega_0^2 x_m \sin\omega_0 t = -0{,}12$ N.

9.5.10. $T_1 = 2\pi\sqrt{m(k_1+k_2)/k_1k_2} = 3{,}1$ s; $T_2 = 2\pi\sqrt{m/(k_1+k_2)} = 1{,}5$ s.

9.5.11. $T_M = T\sqrt{g/g_M} = 2{,}5$ s; $l_M/l = g_M/g = 1/6$ (sutrumpinti 6 kartus).

9.5.12. $l_1 = \Delta l n_2^2/(n_2^2-n_1^2)$ =18 cm; $l_2 = \Delta l n_1^2/(n_2^2-n_1^2)$ =50 cm.

9.5.13. $S = (gt_1t_2/4\pi^2n^2)^2 = 0{,}86$ m^2.

9.5.14. $t = T/4 = \pi/2 \cdot \sqrt{R/g}$ =0,55 s.

9.5.15. $\Delta t = t(1 - \sqrt{g_{pus}/g_{pol}}) = 220$ s = 3 min. 40 s.

9.5.16. $f = 1/\pi\sqrt{g/l} = 1{,}5$ Hz.

9.5.17. $x = v_m T/2\pi \cdot \sin 2\pi t/T = 3{,}2 \sin 0{,}2\pi t$ (m).

9.5.18. a) $t_1 = T/4 = \pi/2\sqrt{l/g} = 0{,}50$ s; $t_2 = \pi s/3\sqrt{l/g} = 0{,}33$ s; $t_2 = \pi s/6\sqrt{l/g} = 0{,}17$ s.

9.5.19. $T_1 = 2\pi\sqrt{l/(g-a)} = 2{,}8$ s; $T_2 = 2\pi\sqrt{l/g} = 2{,}0$ s; $T_3 = 2\pi\sqrt{l/(g+a)} = 1{,}6$ s.

9.5.20. $T_1/T_2 = \sqrt{\sqrt{(g^2+a^2)}/g} = 1{,}2$.

9.5.21. $T = \sqrt{(T_1^2 + T_2^2 + T_3^2)}$.

9.5.22. $W = ma_m x_m/2 = 7{,}5$ J.

9.5.23. $W = Fx_m^2/2\Delta x = 45$ mJ.

9.5.24. $x = Fx_m^2/2W$ =1,5 cm.

9.5.25. $x = 2W/F_m \cdot \cos 2\pi t/T = 0{,}040 \cos \pi t$ (m).

9.5.26. $W_k/W_p = tg^2 2\pi t/T = 0{,}58$.

9.5.27. $x_m = 2W/F_m$=4,0 cm; $k = F_m^2/2W$ =75 mN/m; $m = F_m^2/8\pi^2 f^2 W$ =1,9 g.

9.5.28. $W = mg^2(1-\cos\alpha)/4\pi^2 f^2 = 3{,}0$ mJ.

9.5.29. $v = l/T$ =24 km/h; važiuojant tokiu greičiu, kai važiavimo tarp duobių laikas sveikąjį skaičių kartų skirsis nuo automobilio svyravimų periodo; taip bus esant greičiui 48 km/h, 72 km/h, 96 km/h ir pan.

9.5.30. $v = L/2\pi \cdot \sqrt{g/l} = 32$ km/h.

9.5.31. $l = 2\pi v \cdot \sqrt{m/nk} = 13$ m.

9.5.32. $v = \lambda/T = 80$ km/h.

9.5.33. $\lambda_1 = v/f_1 = 1{,}5$ cm; $\lambda_2 = v/f_2 = 3{,}3$ cm; senstant ausies būgnelio membrana storėja ir nebegali virpėti tokiais aukštais dažniais, kaip vaiko ausies būgnelio membrana.

9.5.34. $f = N/t = 0{,}50$ Hz; $v = \lambda N/t = 2{,}5$ m/s.

9.5.35. $l = vt/2 = 17$ m.

9.5.36. $t = 2l/v - \tau = 0{,}20$ s.

9.5.37. $\lambda_o = 2\pi v_o/\omega = 1{,}7$ m; $\lambda_v = 2\pi v_v/\omega = 7{,}4$ m; dažnis nepasikeis.

9.5.38. $\lambda = v/f = 0{,}50$ m; $\Delta\varphi = 2\pi l f/v = 4\pi$ rad.

9.5.39. $v = 2\pi(l_2-l_1)/\Delta\varphi T = 3{,}6$ km/s.

9.5.40. $v_v = v_o l/(l - v_0\Delta t) = 1{,}45$ km/s.

9.5.41. $h = 2v_g(v_k - v_g)/g = 680$ m.

9.5.42. $f = kv/(l_2-l_1) = 17$ kHz; sutarta laikyti, kad $k = 1$, nes tik tuo atveju dažnis patenka į garso dažnių diapazoną.

9.5.43. $v = \Delta d f/k = 330$ m/s.

9.5.44. $v = 2f(l_2 - l_1)/(2k+1)$; artima tikrajai greičio vertė $v = 1{,}5$ km/s gaunama, kai $k = 2$.

9.5.45. $\Delta d/\lambda = (\pi-2)Rf/v = 1{,}5$; susilpnės.

9.5.46. $N = ft = 240$.

9.5.47. $\lambda = v/f = 18$ mm; $h = vt/2 = 2{,}9$ km.

9.5.48. $v = l(t_2 - t_1)/2t_1t_2 = 50$ m/s. Atskaitos sistemoje, susietoje su srautu, ultragarsas ir viena, ir kita kryptimi sklinda tuo pačiu greičiu. Nors skirtingose terpėse tas greitis kitoks, atskaitos sistemoje, susietoje su žeme, sklidimo laikų skirtumas (t_2-t_1) atsiranda tik dėl srauto judėjimo.

9.5.49. $v = \lambda/T = 7{,}5$ m/s.

10. Elektromagnetiniai virpesiai ir bangos

10.4.1. $f_2 = f_1\sqrt{n} = 38$ kHz.

10.4.2. $f_1 = 1/2\pi\sqrt{L_1C_1} = 100$ MHz. $f_2 = 1/2\pi\sqrt{L_2C_2} = 1{,}0$ MHz.

10.4.3. $f_1 = 1/2\pi\sqrt{L_1C_1} = 0{,}18$ MHz; $f_2 = 1/2\pi\sqrt{L_2C_2} = 0{,}25$ MHz; nesuderinti, nes dažniai nesutampa; padidinti C_2 talpą iki $C_2 = C_1L_1/L_2 = 200$ pF arba padidinti L_2 induktyvumą iki $L_2 = L_1C_1/C_2 = 8{,}0$ mH.

10.4.4. $f = 1/2\pi\sqrt{Lq/U} = 3{,}9$ kHz.

10.4.5. $f = 1/2\pi\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon SL/d} = 0{,}20$ MHz.

10.4.6. $f_1 = 1/2\pi\sqrt{L(C_1+C_{2\,max})} = 0{,}11$ MHz; $f_2 = 1/2\pi\sqrt{L(C_1+C_{2\,min})} = 0{,}15$ MHz.

10.4.7. $f = f_1f_2/\sqrt{(f_1^2 + f_2^2)} = 48$ kHz.

10.4.8. $T_2/T_1 = \sqrt{C_2/(C_1+C_2)} = 0{,}82$; $f_2/f_1 = \sqrt{(C_1+C_2)/C_2} = 1{,}22$.

10.4.9. $C_2 = C_1(f_1^2/f_2^2-1) = 15$ μF.

10.4.10. $f = \Delta f/(1 - 1/\sqrt{1+n}) = 7{,}1$ kHz.

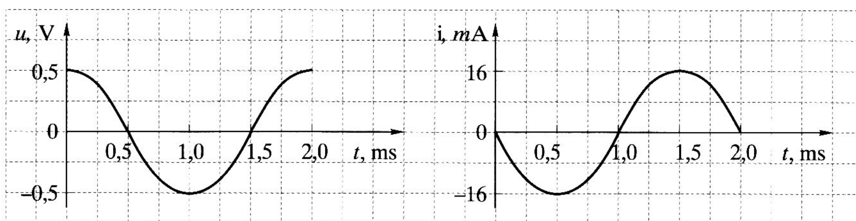
10.4.11. $u = 0{,}3\cos 2{,}5\cdot10^2\pi t$ (V); $q = Cu = 90\cos 2{,}5\cdot10^2\pi t$ (nC); $i = -\omega CU_m \sin 2{,}5\cdot10^2\pi t = -71\sin 2{,}5\cdot10^2\pi t$ (μA); 0,3 V; 90 nC; 71 μA.

10.4.12. $q = 10\cos 2\cdot10^5\pi t$ (nC); $u = 4\pi^2Lq_m/T^2\cdot\cos 2\cdot10^5\pi t = 0{,}16\cos 2\cdot10^5\pi t$ (V); $i = -2\pi q_m/T\cdot\sin 2\cdot10^5\pi t = -6{,}3\sin 2\cdot10^5\pi t$ (mA); 10 nC; 0,16 V; 6,3 mA.

10.4.13. $T = 2\pi v\Phi C/i = 25$ μs.

10.4.14. $U_m = 75$ V; $\omega = 10^4\pi$ rad/s; $f = \omega/2\pi = 5{,}0$ kHz; $T = 2\pi/\omega = 0{,}20$ ms; $L = 1/\omega^2C = 1{,}0$ mH; $q = Cu = 75\cos 10^4\pi t$ (μC); $i = q' = -CU_m\omega\sin 10^4\pi t = -2{,}4\sin 10^4\pi t$ (A).

10.4.15. $u = q_m/C\cdot\cos t/\sqrt{LC} = 0{,}50\cos 10^3\pi t$ (V); $i = q = -q_m/\sqrt{LC}\cdot\sin t/\sqrt{LC} = 16\sin 10^3\pi t$ (mA).



10.4.16. $Q = q^2/2C = 50$ μJ.

10.4.17. $Q = CU^2(1-1/n^2)/2 = 0{,}58$ J.

10.4.18. $W = q_m^2/2C = 100$ μJ; $W_C = q_m^2/2C\cdot\cos^2 t/\sqrt{LC} = 1{,}0\cdot10^{-4}\cos^2 5\cdot10^3t$ (J); $W_L = q_m^2/2C\cdot\sin^2 t/\sqrt{LC} = 1{,}0\cdot10^{-4}\cos^2 5\cdot10^3t$ (J);

10.4.19. $T = 1/f = 2\cdot10^{-5}$ s $= 20$ μs; $t = 10$ μs $= T/2$; nuo virpesių pradžios praėjo pusė periodo; tuo momentu kondensatorius bus vėl įsielektrinęs, tik priešingais ženklais; kontūro virpesių energija bus sukaupta kondensatoriuje kaip elektrinio lauko energija.

10.4.20. $W_C/W_{Cm} = \cos^2 2\pi t/T = 0{,}25 = 25\%$; $W_L/W_{Lm} = \sin^2 2\pi t/T = 0{,}75 = 75\%$;

10.4.21. $U_m = \sqrt{(u^2 + 4\pi^2L^2i^2/T^2)} = 5{,}4$ V; $q_m = T^2/4\pi^2L\cdot\sqrt{(u^2 + 4\pi^2L^2i^2/T^2)} = 2{,}0$ μC; $I_m = \sqrt{(T^2u^2/4\pi^2L^2+i^2)} = 0{,}1$ A.

10.4.22. $U_m = \sqrt{(u^2+i^2/4\pi^2f^2C^2)} = 100$ V; $q_m = C\sqrt{(u^2+i^2/4\pi^2f^2C^2)} = 10$ μC; $I_m = \sqrt{(4\pi^2f^2C^2u^2+i^2)} = 0{,}63$ A.

10.4.23. $U_m = \sqrt{(u^2+Li^2/C)} = 1{,}0$ V; $q_m = C\sqrt{(u^2+Li^2/C)} = 1{,}6$ μC; $I_m = \sqrt{(Cu^2/L+i^2)} = 25$ mA.

10.4.24. $i_2 = \sqrt{(i_1^2 + C(u_1^2 - u_2^2)/L)} = 21$ mA.

10.4.25. $I_m = i/\sqrt{k} = 0{,}30$ A; $U_m = i\sqrt{L/kC} = 150$ V; $u = i\sqrt{(1-k)L/kC} = 90$ V.

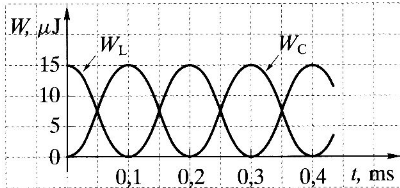
10.4.26. $W_{Lm} = W_{Cm} = CU_m^2/2 = 25\ \mu$J; $W_L = C(U_m^2 - u^2)2 = 16\ \mu$J.

10.4.27. $W_L/W_C = tg^2 2\pi t/T = 1{,}73$.

10.4.28. $T_2/T_1 = \sqrt{n_L/n_C} = 1{,}15$; $f_2/f_1 = \sqrt{n_C/n_L} = 0{,}87$; $U_{Cm2}/U_{Cm1} = \sqrt{n_C} = 1{,}73$; $I_{Lm2}/I_{Lm1} = 1/\sqrt{n_L} = 0{,}5$.

10.4.29. $f_C = f_L = 1/\pi\sqrt{LC} = 6{,}4$ kHz; $W_{Lm} = W_{Cm} = LI_m^2/2 = 25\ \mu$J.

10.4.30. $T_C = T_L = \pi\sqrt{LC} = 0{,}20$ ms; $W_{Cm} = W_{Lm} = CU_m^2/2 = 15\ \mu$J.



10.4.31. $\lambda = \lambda_0 v/c = 1{,}0$ m.

10.4.32. $\lambda_0 = \lambda c/v = 1{,}3$ km.

10.4.33. $f = \omega/2\pi = 50$ MHz; $\lambda = c/f = 6{,}0$ m; ultratrumpųjų radijo bangų ruožui.

10.4.34. $L = 1/\omega^2 C = 11\ \mu$H; $\lambda = 2\pi c/\omega = 60$ m; trumpųjų radijo bangų ruožui.

10.4.35. $S_2/S_1 = f_1^2/f_2^2 = 1{,}44$ (padidinti).

10.4.36. $C = \lambda^2/4\pi^2 c^2 L = 19$ pF.

10.4.37. $C_2/C_1 = \lambda^2 f^2/c^2 = 1{,}8$.

10.4.38. $C_2 = C_1(\lambda_2^2/\lambda_1^2 - 1) = 0{,}30\ \mu$F.

10.4.39. $C_1 = \lambda_1^2/4\pi^2 c^2 L - C = 0$; $C_2 = \lambda_2^2/4\pi^2 c^2 L - C = 20$ pF.

10.4.40. $\lambda_2/\lambda_1 = ?L_2/(L_1 + L_2) = 0{,}48$.

10.4.41. $\lambda = 2\pi c\sqrt{CL_1 L_2/(L_1 + L_2)} = 800$ m.

10.4.42. $N = \lambda_g c/\lambda_a v = 2{,}0 \cdot 10^4$.

10.4.43. $N = 1/f_g 2\pi\sqrt{LC} = 1{,}6 \cdot 10^3$.

10.4.44. $f_1 = 1/2\pi\sqrt{LC_1} = 0{,}25$ MHz; $f_2 = c/\lambda = 0{,}40$ MHz; ne, nes $f_1 \neq f_2$; $C_2 = \lambda^2/4\pi^2 c^2 L = 40$ pF.

10.4.45. $\lambda = 2\pi c q_m/I_m = 94$ m; trumpųjų radijo bangų ruožui.

10.4.46. $L_1 = 1/4\pi^2 f_1^2 C = 1{,}27\ \mu$H; $L_2 = 1/4\pi^2 f_2^2 C = 0{,}32\ \mu$H; $\lambda_1 = c/f_1 = 150$ m; $\lambda_2 = c/f_2 = 75$ m.

10.4.47. $\varepsilon = d\lambda^2/4\pi^2 \varepsilon_0 c^2 LS = 6{,}0$.

10.4.48. $n = c/2l = 5000\ s^{-1}$.

10.4.49. $W_1 = P_1\tau = 21$ mJ; $P_{vid} = W_1 f = 21$ W; $l = c/2f = 150$ km.

10.4.50. $N = \tau c/\lambda = 5{,}0 \cdot 10^3$; $l = c/2f = 50$ km.

11. Kintamoji elektros srovė

11.5.1. $L = X_L/2\pi f = 0{,}08$ H; $I_m = \sqrt{2}U/X_L = 0{,}28$ A.

11.5.2. $X_L = \omega L$; $X_C = 1/(\omega C)$; $Z = \sqrt{\{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2\}}$; $X_{L1} = 157\ \Omega$; $X_{C1} = 3{,}18$ kΩ; $Z_1 = 3{,}33$ kΩ; $X_{L2} = 31{,}4$ kΩ; $X_{C2} = 15{,}9\ \Omega$; $Z_1 = 31{,}4$ kΩ.

11.5.3. Žinome, kad $I = I_m/\sqrt{2}$, šildytuve išsiskiriantis šilumos kiekis $Q = I^2 Rt = 0{,}5 I_m^2 Rt = 3{,}96$ MJ.

11.5.4. $K = N_1/N_2 = U_1/U_2 = 23$; $\eta = P_2/P_1 = I_2 U_2/I_1 U_1 = 0{,}95$.

11.5.5. $U_2 = U_1/K - IR = 21{,}5$ V.

11.5.6. $N_2 = (U_2 + IR) \cdot N_1/U_1 = 400$ vijų.

11.5.7. 5 A; 125 A.

11.5.8. Antrinėje apvijoje yra daugiau vijų. 300 V.

11.5.9. 8,33 Hz.

11.5.10. $S = \rho l/\Delta P \cdot (P + \Delta P)^2/U = 9{,}4\ \text{mm}^2$.

11.5.11. $U_\text{m} = \sqrt{2} \cdot U = 310$ V.

11.5.12. Todėl, kad didžiausia įtampos vertė 179 V > 150 V.

11.5.13. $Z = \sqrt{\{R^2 + (X_\text{L} - X_\text{C})^2\}} = 5\ \Omega$; $I = U/Z = 24$ A; $U_1 = IR = 96$ V; $U_2 = IX_\text{L} = 192$ V; $U_3 = IX_\text{C} = 120$ V.

11.5.14. $\cos\phi = P/UI = 0{,}6428$.

11.5.15. $N_2 = N_1U_2/U_1 = 1000$; $K = N_1/N_2 = 0{,}02$.

11.5.16. $U_2 = N_2U_1/N_1 = 220$ V; $P = U_2I = 44$ kW.

11.5.17. $K = U_1/(U_2 + I_2R_2) = 10$; $\eta = U_2/(U_2 + I_2R_2) = 0{,}95$.

11.5.18. $\omega = 2\pi/T = 628\ \text{s}^{-1}$; $f = 1/T = 100$ Hz; $\phi_0 = \pi/6$; $U_\text{m} = 2U/\sqrt{3} = 11{,}6$ V.

11.5.19. $\text{tg}\,\phi = [\omega L - 1/(\omega C)]/R = -3{,}02$; $\phi = -72°40\prime$; $P = U_\text{m}^2R/2\{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2\} = 0{,}5$ W.

11.5.20. $U_\text{m} = I_\text{m}T/2\pi C = 0{,}7$ kV.

11.5.21. a) $I = U/R = 2$ A; b) $I_\text{m} = U\sqrt{2}/2\pi fL = 5{,}6$ mA.

11.5.22. Transformatorius įkaista, nes išsiskiria šiluma. Galingi transformatoriai aušinami transformatorine alyva.

11.5.23. $T = 1/f = 60/n = 0{,}2$ s.

11.5.24. $U = 310\cos 100\pi t$; $I = 6{,}2\cos 100\pi t$.

11.5.25. $Q = U_\text{m}^2t/2R = 48$ kJ.

11.5.26. $C = 1/(2\pi fX_\text{C}) = 6{,}5\ \mu$F.

11.5.27. $U = I/(\omega C) = 0{,}16/C \cdot \cos(30t - \pi/2)$.

11.5.28. $Z = \sqrt{\{R^2 + [X_\text{L} - X_\text{C}]^2\}} = 17\ \Omega$.

11.5.29. $I_\text{m} \approx 1{,}65$ A; $f_0 = 50$ Hz.

11.5.30. $C = \lambda^2/(4\pi^2Lc^2) = 250$ pF.

11.5.31. Taip, 250 kHz dažniui.

12. Geometrinė optika

12.6.1. Veidrodžio pagrindiniame židinyje; aukščiau už pagrindinį židinį; žemiau už pagrindinį židinį.

12.6.2. Vandens lašeliai yra lęšiai. Augalo lapai gali nudegti, jeigu juos laistysime saulėtą dieną.

12.6.3. Lęšis surenka lemputės spindulius į siaurą pluoštelį. Lemputė yra lęšio židinyje.

12.6.4. Norint gauti atvaizdą daikto, esančio įvairiais atstumais nuo fotoaparato, jo objektyvas stumdomas.

12.6.5. Kalnuose oras švaresnis ir retesnis. Todėl observatorijose, esančiose aukštai kalnuose galima naudotis prietaisais, turinčiais didelį didinimą.

12.6.6. Tuo atveju padidėja regėjimo kampas.

12.6.7. $90° - i/2 = 66°$.

12.6.8. $n_1/n_2 = 1{,}61$.

12.6.9. $\text{tg}\,\alpha = n_2/n_1 = 1{,}4$.

12.6.10. $D = (d - f_0)/d \cdot f_0 = 3$ D.

12.6.11. $k = F_\text{ob}/F_\text{ok} = F_\text{ob} \cdot k_\text{ok}/f_0 = 400$ kartų.

12.6.12. $\beta = 2\alpha = 54°$.

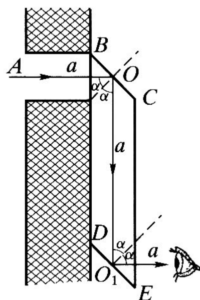
12.6.13. $r = R - h/\sqrt{(n^2 - 1)} \approx 5{,}73$ m.

12.6.14. $F_2 = F_1n_2(n_1 - 1)/(n_1 - n_2) \approx 0{,}78$ m.

12.6.15. $t = s_1d/Fv = 0{,}01$ s.

12.6.16. $H = hl_1/l_2$.

12.6.17. Naudojant periskopą, stebėtojo galva yra žemiau negu stebimas objektas *A*. Briaunos BC ir DE sudaro 45°kampą su briaunomis BD ir CE. Tuo atveju horizontalaus spindulio a kritimo kampas $\alpha = 45°$. Spindulys atsispindi nuo briaunų BC ir DE. Jis patenka į stebėtojo akį. Stebėtojas gerai mato aplinką.



12.6.18. $k = k_{ob} \cdot k_{ok} = 400$; $k_{ok} = 600/40 = 15^{x}$.

12.6.19. Rodomas lentelės atvaizdas plokščiajame veidrodyje.

12.6.20. $H = (l_1 + l_2)h/l_1 = 3$ m.

12.6.21. $\operatorname{tg} i = n$; $i = 56°24'$.

12.6.22. $l_1 = h_1 \operatorname{tg} \alpha = 3 \cdot 0{,}62 \approx 1{,}9$ m.

12.6.23. $D = (f_0 - d)/d \cdot f_0 = -1$ D.

12.6.24. $F_{ok} = 0{,}06$ m. Pastaba. Okuliaro židinio nuotolis randamas išsprendus lygčių sistemą: $k = F_{ob}/F_{ok}$; $l = F_{ob} + F_{ok}$.

12.6.25. $c_v = c/n_v = 2{,}3 \cdot 10^8$ m/s; $c_{st} = c/n_{st} = 2 \cdot 10^8$ m/s; $c_d = c/n_d = 1{,}25 \cdot 10^8$ m/s.

12.6.26. $H = h_1 \cdot n = 2{,}66$ m.

12.6.27. $n_{Lv} = 1{,}02$; $n_{vL} = 0{,}982$. Pastaba. Tų pačių medžiagų lūžio rodikliai skirtingose būsenose yra nevienodi. Santykinis lūžio rodiklis gali būti mažesnis už 1. Absoliutinis lūžio rodiklis visada didesnis už 1.

12.6.28. $R_{min} = h/\sqrt{(n^2 - 1)} = 3{,}6$ m.

12.6.29. $F = \Delta d \cdot k_1 k_2/(k_1 - k_2) = 0{,}24$ m.

12.6.30. $f_0 = 0{,}25$ m.

12.6.31. $F_1 = F(n - 1)/(n/n_1 - 1) = 0{,}44$ cm.

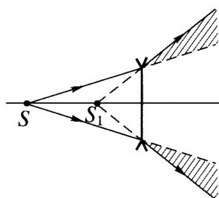
12.6.32. $F = n_2 R/(n_1 - 1) = 0{,}39$ m.

12.6.33. $h_1 = h \cos i/\sqrt{(n^2 - \sin^2 i)} \approx 0{,}49$ m.

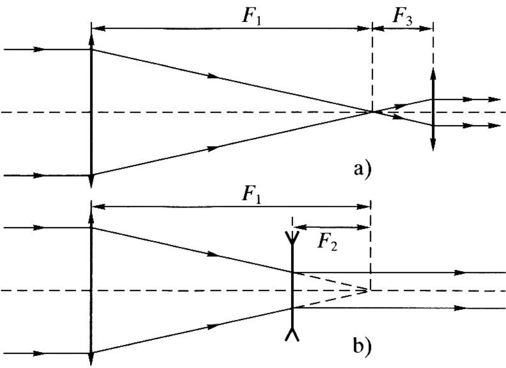
12.6.34. $\Delta F = d(n - 1)/n = 2$ mm.

12.6.35. $d = F_{ob} f_0/(f_0 - F_{ob}) = 1{,}042$ cm; $k = l f_0/(F_{ob} \cdot F_{ok}) = 166$ kartus.

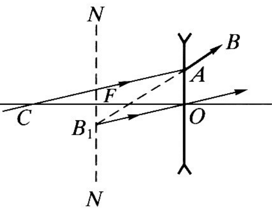
12.6.36. Užbrūkšniuotos srities nebus tada, kai atstumas tarp šaltinio ir lęšio lygus nuliui.



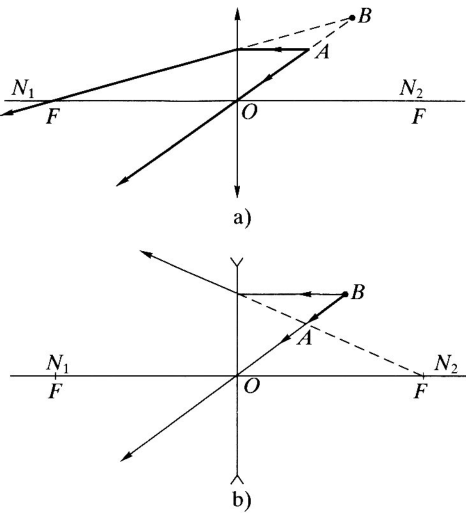
12.6.37.



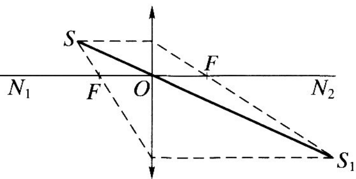
12.6.38.



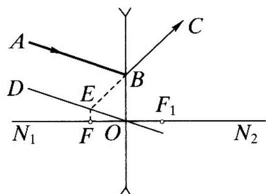
12.6.39.



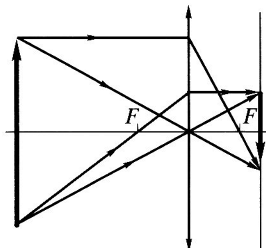
12.6.40.



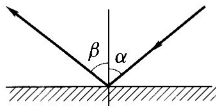
12.6.41.



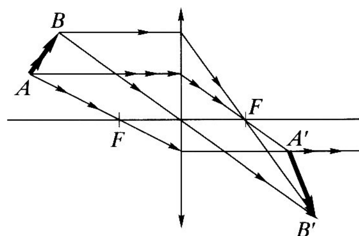
12.6.42.



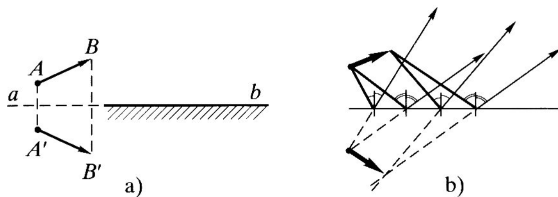
12.6.43.



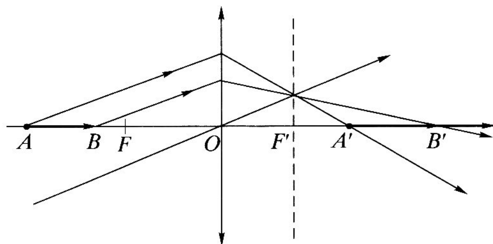
12.6.44.



12.6.45.



12.6.46.



13. Banginė optika

13.4.1. $\lambda_v = \lambda_0/n = 443$ nm.

13.4.2. $v_r/v_v = n_v/n_r = 1{,}01$.

13.4.3. $n_{21} = v_1/v_2 = 1{,}20$.

13.4.4. $\beta = \arcsin(v_2 \sin\alpha / v_1) = 26{,}3°$.

13.4.5. $v = c \sin\alpha_r = 2{,}1 \cdot 10^8$ m/s.

13.4.6. $h_s/h_a = n_a/n_s = 1{,}60$.

13.4.7. $\alpha = \arcsin n\sqrt{(1-(nh/ct)^2)} = 64°$.

13.4.8. $D_u = D_g(n_u - 1)/(n_g - 1) = 8{,}7$ D.

13.4.9. $F_r = \Delta F(n_v - 1)/(n_v - n_r) = 13$ cm; $F_v = \Delta F(n_r - 1)/(n_v - n_r) = 12$ cm.

13.4.10. $\alpha_2 = \mathrm{arctg}(\sin\alpha_1/\sin\alpha) = 60°$.

13.4.11. $\alpha = \mathrm{arctg}(n_2/n_1) = 50°$.

13.4.12. $\lambda = xd/kl = 0{,}5$ μm; ekrane matysime vaivorykštės juostas.

13.4.13. $\Delta x_2/\Delta x_1 = \lambda_2/\lambda_1 = 1{,}3$.

13.4.14. $l_2/l_1 = k_1/k_2 = 0{,}6$.

13.4.15. $\Delta d/\lambda = d^2/2l\lambda = 2$; šviesu, nes eigų skirtumas yra lygus sveikajam bangų ilgių skaičiui.

13.4.16. $h_r/h_m = \lambda_r/\lambda_m = 1{,}50$. Šviesa turi energijos, o energija išnykti negali. Nevirsta šviesos energija ir kitos formos energija (pvz., vidine), nes interferencija vyksta ir vakuume. Interferencijos metu vyksta paprasčiausias šviesos energijos persiskirstymas erdvėje. Šviesos energija iš tamsių sričių, kur tenkinama interferencinio vaizdo minimumo sąlyga, „perpumpuojama" į šviesias sritis, tenkinančias interferencinio vaizdo maksimumo sąlygą. Išvada: jei šviesa neatsispindėjo nuo plėvelės, tai ji pro ją praėjo. Jei plėvelė atrodo raudona, tai reiškia, kad dėl interferencijos atsispindi tik raudona šviesa, visų kitų spalvų praeina pro plėvelę.

13.4.17. $\lambda = \Delta dn/k = 0{,}50$ μm; žalios šviesos diapazoną atitinkantis bangos ilgis bus gautas, kai $k = 4$.

13.4.18. $h = \lambda_r\lambda_m/4n(\lambda_r - \lambda_m) = 0{,}25$ μm.

13.4.19. $h_r = \lambda/2n = 300$ nm; $h_j = \lambda/4n = 150$ nm; atvirkščiai.

13.4.20. $h = \lambda/4n = 100$ nm.

13.4.21. $l = \Delta d/(n-1) = 5{,}0$ cm.

13.4.22. $\Delta d = l(n-1) = 6{,}0$ $\mu m = 8\lambda$. Vaizdas nepasikeis, nes atsiradęs papildomas eigų skirtumas yra lygus sveikajam bangų ilgių skaičiui, o tuo pačiu ir lyginiam $\lambda/2$ skaičiui. Ekrane buvo tamsu, taigi eigų skirtumas buvo nelyginis $\lambda/2$ skaičius. Prie to nelyginio $\lambda/2$ skaičiaus eigų skirtumo pridėjus lyginį $\lambda/2$ skaičių, suminis eigų skirtumas liks nelyginis $\lambda/2$ skaičius, o tai atitinka interferencinio vaizdo minimumo sąlygą: kaip buvo ekrane tam tikroje vietoje tamsu, taip ir liko tamsu.

13.4.23. $n = k\lambda/\Delta d = 1{,}33$.

13.4.24. $\varphi = \arcsin k/m$; kai $k = 1, \varphi_1 = 16{,}5°$; kai $k = 2$, $\varphi_2 = 35°$; kai $k = 3$, $\varphi_3 = 59°$; $m = 2k + 1 = 7$.

13.4.25. $\varphi = \arcsin k/2m = 17{,}5°$.

13.4.26. $\varphi = \arcsin k\lambda n = 20°$.

13.4.27. $k_{max} = L/N\lambda = 4{,}2$; pilnai matysime 4-os eilės spektrą.

13.4.28. $\lambda = 1/kn\sqrt{(1 + 4l^2/x^2)} = 4{,}0 \cdot 10^{-7}$ m = 0,40 μm.

13.4.29. $\lambda = \Delta xd/(k_3 - k_2)l = 5{,}8 \cdot 10^{-7}$ m = 0,58 μm; geltona.

13.4.30. $l = x/kn\lambda = 1{,}5$ m.

VI. MODERNIOJI FIZIKA

14. Kvantinė optika

14.3.1. $E = hc/\lambda$; $2{,}6 \cdot 10^{-19}$ J; $5 \cdot 10^{-19}$ J; $m = h\nu/c^2$; $0{,}29 \cdot 10^{-35}$ kg; $0{,}55 \cdot 10^{-35}$ kg; $p = mc$; $0{,}87 \cdot 10^{-27}$ Ns; $1{,}65 \cdot 10^{-27}$ Ns.

14.3.2. $E = mc^2$; $82 \cdot 10^{-15}$ J.

14.3.3. $N = E/h\nu$; 53 fotonai/cm^2·s.

14.3.4. $\lambda = hc/A$; $6{,}47 \cdot 10^{-7}$ m.

14.3.5. $E = hc/\lambda - A$; $1{,}8 \cdot 10^{-19}$ J.

14.3.6. $v = \sqrt{[2/m(hc/\lambda - A)]}$; $v = 6{\cdot}10^5$ m/s.

14.3.7. $U_s = h\nu/e$; 0,95 V.

14.3.8. $v = \sqrt{[2/m(h\nu - A)]}$; $0{,}65{\cdot}10^6$ m/s.

14.3.9. $A = hc/\lambda$; $3{,}02{\cdot}10^{-19}$ J.

14.3.10. $v = \sqrt{[2/m(hc/\lambda - A)]}$; $6{,}4{\cdot}10^5$ m/s.

14.3.11. $7{,}27{\cdot}10^{-18}$ A.

14.3.12. $\lambda = hc/A$; $5{,}8{\cdot}10^{14}$ Hz.

14.3.13. $4{,}76{\cdot}10^{14}$ Hz.

14.3.14. Cezis.

14.3.15. $h = e(U_{s2} - U_{s1})/(\nu_2 - \nu_1)$; $h = 6{,}4{\cdot}10^{-34}$ Js.

14.3.16. $\Delta T = Nhc/\lambda c_v$ m; $3{,}2{\cdot}10^{-9}$ K.

14.3.17. 2,2 V.

14.3.18. $4{,}5{\cdot}10^5$ m/s.

14.3.19. 1,7 V.

14.3.20. Padidės 5 kartus.

14.3.21. $v = \sqrt{[2/m(hc/\lambda - A)]}$; $7{\cdot}10^5$ m/s.

14.3.22. $A = hc/\lambda$; $7{,}2{\cdot}10^{-19}$ J; $9{,}1{\cdot}10^5$ m/s; $3{,}8{\cdot}10^{-19}$ J.

14.3.23. $\lambda = hc/A$; $1{,}98{\cdot}10^{-7}$ m.

14.3.24. $A = h\nu$; $3{,}97{\cdot}10^{-19}$ J.

14.3.25. $A = hc/\lambda$; $6{,}55{\cdot}10^{-19}$ J.

14.3.26. $A = hc/\lambda$; $7{,}2{\cdot}10^{-19}$ J; $v = \sqrt{[2/m(hc/\lambda - A)]}$; $9{,}1{\cdot}10^5$ m/s; $E = mv^2/2$; $3{,}8{\cdot}10^{-19}$ J.

14.3.27. $A = hc/\lambda$; $3{,}2{\cdot}10^{-19}$ J.

14.3.28. $\lambda = hc/A$.

14.3.29. $E = hc/\lambda$; $1{,}15{\cdot}10^{-13}$ J.

14.3.30. 60%.

14.3.31. Sumažės.

14.3.32. 2 kartus sumažės.

14.3.33. Teigiamai.

14.3.34. $h\nu c$.

14.3.35. Neigiama.

14.3.36. Padidės 4 kartus.

14.3.37. $\lambda = hc/A$; $3{,}2{\cdot}10^{-10}$ m.

VII. ATOMO IR ATOMO BRANDUOLIO FIZIKA

15. Atomo sandara

15.2.1. $\lambda = hc/\Delta E$; $6{,}62{\cdot}10^{-7}$ m.

15.2.2. $\lambda = hc/\Delta E$; $4{,}9{\cdot}10^{-7}$ m.

15.2.3. Aliuminio.

15.2.4. Branduoliai skiriasi neutronų skaičiumi.

15.2.5. Natrio 11 protonų, 13 neutronų; azoto 7 protonai, 7 neutronai, urano 92 protonai, 143 neutronai.

15.2.6. ${}_3Li^7$; ${}_5B^{11}$.

15.2.7. Šviečiančios elektros lemputės siūlelio atomai yra sužadinti.

15.2.8. $\sim$ 660 nm; raudona.

15.2.9. $2 \cdot 10^{-19}$ J. Atomas bus jonizuotas.

15.2.10. $\sim 605{,}8$ nm; oranžinė.

15.2.11. $\sim 1{,}0$ μm.

15.2.12. 27 km.

15.2.13. Kryptingumo.

15.2.14. Dėl didelės galios.

16. Atomo branduolys

16.3.1. $T = 11{,}4/3$; 3,8 paros; 12,6 paros.

16.3.2. $_{14}Si^{30}$.

16.3.3. $_7N^{14} + {}_0n^1 \rightarrow {}_6C^{14} + {}_1H^1$

16.3.4. $_{91}Pa^{231} \rightarrow {}_2He^4 + {}_{89}X^{227}$; susidaro $_{89}Ac^{227}$.

16.3.5. $E_r = \Delta mc^2$; 28 MeV.

16.3.6. $E = E_1 N_A/A$; $2{,}3 \cdot 10^4$ kWh.

16.3.7. $N = Pt/E$; 16,7%.

16.3.8. $E_r = \Delta mc^2$; 38 MeV.

16.3.9. $_{13}Al^{27} + {}_2He^4 \rightarrow {}_{15}P^{30} + {}_0n^1$.

16.3.10. $E_r = \Delta mc^2$; 225 MeV.

16.3.11. $2{,}5 \cdot 10^9$ atomų.

16.3.12. $\eta = MtP/\Delta EmN_A$; 35%.

16.3.13. $T = 0{,}693/\lambda$; $3{,}3 \cdot 10^5$ s.

16.3.14. 71 MW.

16.3.15. $\Delta m = Zm_p + Nm_n - M_b$; $E_r = \Delta mc^2$; $3{,}23 \cdot 10^{-27}$ kg; 0,9687 MeV.

16.3.16. $_7N^{14} + {}_0n^1 \rightarrow {}_5X^{11} + {}_2He^4$; $_5B^{11}$.

16.3.17. 10^3 branduolių.

16.3.18. 27 kartus.

16.3.19. 17, 5%; 1,5 m.

16.3.20. $4{,}5 \cdot 10^9$ metų.

16.3.21. 31,3 g.

16.3.22. $\Delta N/N_0 \approx 0{,}81$.

16.3.23. 64,5 paros.

16.3.24. 8,15 MeV; $_2He^4$.

16.3.25. 8,6 MeV; $_2He^4$.

16.3.26. 17,4 MeV; $2 \cdot 10^7$ m/s.

16.3.27. $2{,}44 \cdot 10^{-29}$ kg.

VIII. ASTRONOMIJA

17. Astronomija

17.2.1. Mėnulyje nėra atmosferos. Nedidelė jo trauka negali ilgai išlaikyti dujų apvalkalo.

17.2.2. Tuo atveju Žemėje diena keis naktį, bet 1 metai bus lygūs 1 parai.

17.2.3. „Nukristi" į kosmosą galima tuo atveju, jeigu greitis bus didesnis už asteroido antrąjį kosminį greitį. Sakykime, bėgate 10 m/s greičiu. Šis greitis neturi būti didesnis už pirmąjį kosminį greitį, t. y. $V \leqslant (GM/R)^{1/2}$. Žinodami, kad $M = \rho \cdot 4\pi R^3/3$, gausime $V \leqslant R(4\pi G\rho/3)^{1/2}$ arba, $R \geqslant V(3/(4\pi G\rho))^{1/2} \approx 10$ km. Taigi, drąsiai galima bėgioti po asteroidą, kurio skersmuo didesnis nei 20 km.

17.2.4. Mėnulis zenite būna tiek kartų metuose, kiek kartų jis kerta dangaus pusiaują. Per siderinį mėnesį (27,32 d.) jis tai daro 2 kartus. Per metus vidutiniškai 25 kartus stebėtojas galės iš bet kurio pusiaujo taško matyti Mėnulį zenite.

17.2.5. Jupiteris, Ijo, Ganimedas.

17.2.6. Kadangi Venera nutolsta nuo Saulės dangaus skliaute ne didesniu kaip 48° kampu, ji matoma tik kurį laiką prieš Saulei patekant (Aušrinė) arba Saulei nusileidus (Vakarinė). Minėtas aprašymas neteisingas, nes Venera negali būti priešingoje Saulei pusėje.

17.2.7. Mėnulis apskrieja Žemę per 27,3 paros. Per tiek pat laiko jis apsisuka apie savo ašį. Todėl Mėnulis pasisukęs į Žemę visada ta pačia puse. Mėnulyje para trunka 29,5 Žemės paros.

17.2.8. Saulėgrįža – tai momentas, kai Saulės skritulio centras pereina per ekliptikos (didysis dangaus sferos apskritimas, kuriuo per metus juda Saulės centras) tašką, esantį toliausiai į šiaurę (vasaros saulėgrįža) arba toliausiai į pietus (žiemos saulėgrįža). Žemės šiauriniame pusrutulyje vasaros saulėgrįža (birželio 22 d.) yra astronominės vasaros pradžia, žiemos saulėgrįža (gruodžio 22 d.) – astronominės žiemos pradžia. Lygiadienis – tai momentas, kai Saulės skritulio centras yra dangaus pusiaujo ir ekliptikos susikirtimo taške. Tada visoje Žemėje, išskyrus ašigalių sritis, dienos trukmė beveik lygi nakties trukmei. Žemės šiauriniame pusrutulyje pavasario lygiadienis būna apie kovo 21 d. (astronominio pavasario pradžia), rudens lygiadienis – apie rugsėjo 23 d. (astronominio rudens pradžia). Per lygiadienius Saulė teka tiksliai rytuose, leidžiasi vakaruose. Vasaros saulėgrįžos metu Saulės tekėjimo taškas yra toliausiai nutolęs į šiaurę, o žiemos saulėgrįžos metu – toliausiai nutolęs į pietus.

17.2.9. Mėnulyje para trunka 27,3 Žemės paros. Mėnulyje matyti Žemės fazės. Žemės ir Mėnulio fazės yra priešingos, pvz., kai Žemėje Mėnulio pilnatis, Mėnulyje matytume Žemės jaunatį.

17.2.10. ~170 000 šm.

17.2.11. Kalendorius – tai laiko skaičiavimo sistema ilgam periodui. Visi kalendoriai remiasi arba Saulės judėjimu (Saulės kalendorius), arba Mėnulio judėjimu (Mėnulio kalendorius), arba abiejų derinių (Saulės ir Mėnulio kalendorius). Kadangi diena, mėnuo ir metai neturi bendro daliklio, kalendoriaus sudarymas visada būdavo sudėtinga problema. Didesnėje pasaulio dalyje šiuo metu naudojamas Grigaliaus kalendorius. Taip pat paplitę musulmonų, žydų ir kinų kalendoriai. Lietuvos Didžiojoje Kunigaikštystėje buvo naudojamas originalus Saulės ir Mėnulio kalendorius, pvz. Gedimino skeptras.

17.2.12. Diena – tai šviesioji paros dalis nuo Saulės viršutinio krašto tekos iki laidos. Pusiaujyje diena trunka 12 h; tolstant nuo pusiaujo, vasarą diena ilgėja, žiemą trumpėja. Šiauriniame pusrutulyje ilgiausia būna vasaros saulėgrįžos (birželio 22 d.), trumpiausia – žiemos saulėgrįžos (gruodžio 22 d.) diena. Pietiniame pusrutulyje atvirkščiai – ilgiausia gruodžio 22 d., trumpiausia birželio 22 d. Už poliaračių (geogr. platuma 66°34′) vasarą šiauriniame pusrutulyje, žiemą pietiniame pusrutulyje būna poliarinė diena (trunka > 24 h); ašigalių srityse diena trunka ~ 1/2 m.

17.2.13. Tai zona ties pagrindine Saulės sistemos plokštuma tarp Marso ir Jupiterio orbitų, kurioje skrieja didžioji dauguma (apie 95%) asteroidų. Juostos kraštai gana ryškūs ir yra tarp 1,7 ir 4,0 av (astronominių vienetų). Visi asteroidai skrieja ta pačia kryptimi kaip ir planetos.

17.2.14. Šviesiausia ir vienintelė plika akimi Lietuvoje matoma galaktika. Nuotolis nuo Saulės 2 120 000 šm, skersmuo apie 160 000 šm, masė – be išorinio vainiko apie $2 \cdot 10^{11}$ M⊙ (Saulės masės), su vainiku – $4 \cdot 10^{12}$ M⊙. Galaktikos centre yra 10 mlrd. M⊙ juodoji bedugnė. Artėja prie mūsų Galaktikos 300 km/s greičiu.

17.2.15. Susilpnės 2 kartus.

17.2.16. Rugsėjo 23 d.

17.2.17. Titaną supa tanki atmosfera, sudaryta iš 85% azoto, 12% argono, metano, etano, acetileno, etileno, ciano ir kitų anglies junginių. Merkurijaus skersmuo 4880 km, o Titano – 5150 km. Dėl traukos jėgos dydžio Titanas turi tankią atmosferą, o Merkurijuje aptikta tik labai reta atmosfera.

17.2.18. 42 188 km. Palydovo azimutas ir aukštis bus pastovūs.

17.2.19. Zodiako šviesa – tai Saulės šviesa, išsklaidyta nuo tarpplanetinių dulkelių. Matoma kaip silpnas nakties dangaus švytėjimas tose Zodiako juostos srityse, kurios yra apie Saulę. Priešingoje Saulei dangaus srityje matoma atošvaistė. Zodiako šviesa matoma vakaruose Saulei nusileidus ir rytuose prieš Saulės patekėjimą. Geriausiai matoma Žemės atogrąžų juostoje.

17.2.20. 14 000 šm.

17.2.21. Neišlėks, nes parabolinis greitis Saulės paviršiuje yra 620 km/s.

17.2.22. Nuo vakaro iki vidurnakčio nėra pakankamai tamsu. Nuo vidurnakčio iki aušros yra didesnės astronominės sutemos, todėl matosi daugiau meteorų. Sutemos – tai tolygus dienos šviesos silpnėjimas po Saulės nusileidimo (vakaro sutema) arba nakties tamsos silpnėjimas prieš Saulės patekėjimą (ryto brėkšma). Sutemą sukelia Saulės šviesos spindulių sklaida aukštutiniuose atmosferos sluoksniuose. Pilietinė sutema būna tada, kai Saulė yra $< 6^\circ$ žemiau horizonto (atviroje vietoje dar galima dirbti, skaityti, rašyti), navigacinė sutema – kai Saulė yra $< 12^\circ$ žemiau horizonto (laivus arti kranto galima orientuoti pagal kranto objektus), astronominė sutema – kai Saulė yra žemiau horizonto iki 18° (dangus tamsus, matosi silpnos žvaigždės). Mažiausia sutemos trukmė pusiaujyje tose vietose, kurių geografinė platuma $> 60^\circ 34'$, vasarą vakaro sutema susilieja su ryto brėkšta ir būna baltosios naktys; tose vietose, kurių geografinė platuma $> 66^\circ 34'$, vasarą kurį laiką (pusę metų ašigalių srityse) Saulė visai nenusileidžia žemiau horizonto ir visą laiką trunka diena; žiemą tose platumose būna naktis.

17.2.23. Šiauriniame pusrutulyje prasideda vasara, kai Saulė apšviečia Žemės šiaurės ašigalį, o pietų ašigalis lieka šešėlyje. Tada pietų ašigalyje prasideda žiema. Kada šiauriniame pusrutulyje pavasaris, pietiniame – ruduo. Metų laikai pusrutuliuose priešingi.

17.2.24. Saulės energijos srautas, krintantis į Žemę, kinta atvirkščiai proporcingai atstumo kvadratui. Todėl žiemos šiauriniame pusrutulyje šiltesnės negu pietiniame, o vasaros šiauriniame pusrutulyje vėsesnės.

17.2.25. Jos paviršius būtų netoli Jupiterio orbitos.

17.2.26. Mėnulyje stebimas Saulės užtemimas, kai Žemė atsiduria tarp Saulės ir Mėnulio. Tuo metu Žemėje stebimas pilnas Mėnulio užtemimas.

17.2.27. Į Jupiterį 27 kartus, į Saturną 92 kartus, į Uraną 371 kartą, į Neptūną 916 kartų.

17.2.28. 176 Žemės paros.

17.2.29. Žemės atmosfera susideda iš molekulinio azoto (78,08% tūrio), molekulinės deguonies (20,95%), argono (0,93%), vandens garų (0,1–2,8%), anglies dioksido (0,03%); kitų dujų – neono, helio, kriptono, molekulinio vandenilio, azoto oksido, metano, ozono, sieros anhidrido, azoto dioksido, anglies monoksido, ksenono, jodo garų yra 0,01%.

17.2.30. Stebėdami Paukščių Taką, mes matome mūsų Galaktikos žvaigždes, susikaupusias Galaktikos diske. Išilgai Paukščių Tako matosi labai daug jaunų karštų žvaigždžių, susidariusių iš tarpžvaigždinės medžiagos. Ši medžiaga sugeria tolimųjų galaktikų šviesą. Todėl tolimųjų galaktikų nesimato.

17.2.31. Svarstyklės, Teleskopas, Sekstantas, Oktantas, Mikroskopas, Kompasas, Siurblys, Laikrodis.

17.2.32. Saulė, Mėnulis, Venera, Jupiteris, Marsas, Merkurijus, Sirijus, Kanopas, Arktūras, Vega, Kentauro α, Kapela, Rygelis, Saturnas.

17.2.33. Naktinis dangus Marse panašus į Žemės. Tik danguje žėrės ryškesnis Jupiteris, Saturnas. Veneros ir Merkurijaus ryškis bus mažesnis. Žemė ir Mėnulis matysis Marso danguje. Greitai judės Marso palydovai Fobas ir Deimas. Fobas tekės vakaruose, leisis rytuose, per naktį jis praskries du kartus. Dieną Saulės diskas matysis 1,5 karto mažesnis, negu mums įprasta. Kadangi planetos atmosfera labai reta, dangus bus pakankamai tamsus. Jame matysis ryškiausios žvaigždės ir marso palydovai.

17.2.34. Žemės sukimosi ašis su orbitos plokštuma sudaro $23{,}5^\circ$ kampą. Dėl to Žemėje yra metų laikų kaita. Jeigu šio pasvirimo nebūtų, metų laikai nekistų.

17.2.35. Urano sukimosi ašis su ekliptikos plokštuma sudaro $97^\circ 55'$ kampą, t. y. planetos sukimosi ašis beveik gulsčia orbitos plokštumai. Uranas skriedamas aplink Saulę tarsi rieda savo orbita. Urano apskriejimo aplink Saulę periodas yra 84 metai. Naktis 30° platumoje trunka 14 metų, 60° platumoje – 28 metus, ašigaliuose – 42 metus.

Birutė Jakavonienė, Kazimieras Lipskis
PASIRENGIMO BAIGIAMIESIEMS EGZAMINAMS MEDŽIAGA. FIZIKA II

2007 08 09.
Leidykla TEV, Akademijos g. 4, LT-08412 Vilnius
Spausdino UAB „Logotipas“,
Utenos g. 41A, LT-08217 Vilnius